

Approfondissement

Gaz parfait et premier principe

Du choc microscopique à $PV = nRT$, limites du modèle, calorimétrie fine : pour aller plus loin

7 exercices · niveau ●●● · durée conseillée : 2 h · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce que cette feuille ajoute au cours

- Relier quantitativement P et T à l'agitation microscopique, et mesurer l'écart entre gaz parfait et gaz réel.
- Mener une étude calorimétrique complète : effet Joule, incertitudes, écart normalisé, état final d'un mélange avec changement d'état.

Les passages signalés « hors programme » ne sont pas exigibles au baccalauréat : toutes les relations nécessaires y sont fournies.

Exercice 1 Du choc microscopique à l'équation d'état



(Modèle cinétique : hors programme — pour aller plus loin. Toutes les relations utiles sont fournies.)

Un récipient de volume V contient N entités identiques de masse m , sans interaction. On admet que la pression exercée sur les parois s'écrit $P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m v^{*2}$, où v^* est la vitesse quadratique moyenne des entités.

■ **DONNÉES** $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ • $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ • $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$ • $M(\text{N}_2) = 28,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ • $M(\text{He}) = 4,00 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ • vitesse du son dans l'air à 20°C : $343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- 1.1 Vérifier que le membre de droite de cette relation est homogène à une pression.
- 1.2 En notant $\overline{E_c} = \frac{1}{2} m v^{*2}$ l'énergie cinétique moyenne d'une entité, montrer que $PV = \frac{2}{3} N \overline{E_c}$.
- 1.3 En identifiant avec $PV = nRT$ et en posant $N = nN_A$, établir que $\overline{E_c} = \frac{3}{2} k_B T$ avec $k_B = R/N_A$; calculer k_B et donner son unité.
- 1.4 Justifier alors que « la température thermodynamique mesure l'agitation microscopique ». Que prévoit ce modèle pour $T = 0 \text{ K}$?
- 1.5 Montrer que $v^* = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, puis calculer v^* à 20°C pour le diazote et pour l'hélium. Comparer à la vitesse du son dans l'air et commenter.
- 1.6 La vitesse de libération terrestre vaut $11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$: proposer une explication à la quasi-absence d'hélium dans l'atmosphère.

Exercice 2 Jusqu'où le gaz parfait est-il parfait ?



(Équation de van der Waals : hors programme — pour aller plus loin.)

Pour un gaz réel, on améliore le modèle en écrivant $\left(P + \frac{a n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$: le terme nb retire le volume propre des entités (covolume) et le terme $a n^2/V^2$ tient compte de leur attraction mutuelle. Pour le dioxyde de carbone : $a = 0,364 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{mol}^{-2}$ et $b = 4,27 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

■ **DONNÉES** $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ • $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ • $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$

- 2.1 Préciser quelle hypothèse du modèle du gaz parfait chacune de ces deux corrections abandonne.

- 2.2** Montrer que l'équation de van der Waals se ramène à celle du gaz parfait lorsque V devient très grand.
- 2.3** Une mole de CO_2 est enfermée à 40°C . Pour $V = 10,0\text{ L}$, $V = 1,00\text{ L}$ puis $V = 0,200\text{ L}$, calculer la pression prévue par chacun des deux modèles et présenter les résultats dans un tableau, avec l'écart relatif.
- 2.4** À partir de quelle pression, environ, le modèle du gaz parfait devient-il inacceptable à 1 % près ?
- 2.5** En assimilant le covolume b au volume occupé par une mole d'entités sphériques jointives, estimer le volume puis le rayon d'une molécule de CO_2 . Comparer à l'ordre de grandeur attendu pour une molécule.
- 2.6** Pourquoi le modèle échoue-t-il aussi à basse température, même sous faible pression ?

Exercice 3 Le travail reçu par un gaz qui se dilate



(Travail des forces de pression : hors programme — pour aller plus loin.)

Un cylindre horizontal fermé par un piston mobile, de section $S = 50,0\text{ cm}^2$, contient $n = 0,200\text{ mol}$ d'air. Le piston coulisse sans frottement, si bien que la pression de l'air reste égale à P_{atm} . On chauffe lentement l'air de $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ à $\theta_2 = 120^\circ\text{C}$. On admet que le travail reçu par le gaz au cours d'une transformation isobare vaut $W = -P \Delta V$, et que la variation d'énergie interne de l'air vaut $\Delta U = n C_v \Delta T$ avec $C_v = 20,8\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

■ **DONNÉES** $R = 8,314\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ • $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$ • $P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5\text{ Pa}$

- 3.1** Calculer les volumes V_1 et V_2 occupés par l'air, en litres, puis le déplacement du piston, en centimètres.
- 3.2** Calculer le travail W reçu par le gaz. Justifier son signe en précisant qui, du gaz ou de l'extérieur, fournit du travail à l'autre.
- 3.3** Calculer ΔU , en déduire Q , puis la fraction de Q qui a servi à repousser le piston.
- 3.4** Le même air est chauffé de θ_1 à θ_2 dans un récipient *indéformable* : comparer ΔU , W et Q aux valeurs précédentes.
- 3.5** Pourquoi, pour un système incompressible (liquide ou solide), le terme W est-il toujours négligeable devant Q ?

Exercice 4 Calorimètre : mesure par effet Joule et incertitude



On cherche la capacité thermique C d'un calorimètre. On y place $m = 250\text{ g}$ d'eau et l'on attend l'équilibre thermique. Une résistance chauffante immergée, alimentée sous $U = 12,0\text{ V}$ et parcourue par $I = 2,50\text{ A}$, fonctionne pendant $\Delta t = 300\text{ s}$; la température s'élève alors de $\Delta\theta = 7,8^\circ\text{C}$, mesurée avec une incertitude-type $u(\Delta\theta) = 0,20^\circ\text{C}$.

■ **DONNÉES** $c_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

- 4.1** Calculer l'énergie électrique fournie, et justifier qu'elle est intégralement reçue par l'ensemble {eau + calorimètre}.
- 4.2** Écrire le bilan d'énergie interne, en déduire l'expression littérale de C , puis sa valeur.
- 4.3** On admet que $\frac{u(m c_{\text{eau}} + C)}{m c_{\text{eau}} + C} = \frac{u(\Delta\theta)}{\Delta\theta}$: calculer $u(C)$, puis écrire le résultat sous la forme $C = (\dots \pm \dots)\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$.
- 4.4** Le constructeur annonce $C_{\text{ref}} = 95\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$. Calculer l'écart normalisé $z = \frac{|C - C_{\text{ref}}|}{u(C)}$ et conclure quant à la compatibilité des deux valeurs (compatibles si $z < 2$).
- 4.5** Proposer deux modifications du protocole réduisant $u(C)$.

Exercice 5 Les glaçons dans le verre



Un verre calorifugé contient $m_e = 200\text{ g}$ de soda à $\theta_e = 22,0^\circ\text{C}$; sa capacité thermique massique est prise égale à celle de l'eau. On y ajoute $m_g = 40,0\text{ g}$ de glace sortie du congélateur, à $\theta_g = -6,0^\circ\text{C}$. Le verre lui-même a une capacité thermique négligeable.

■ **DONNÉES** $c_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ • $c_{\text{glace}} = 2,10 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ • $L_f(\text{eau}) = 3,34 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$

- 5.1 Calculer l'énergie que le soda peut céder en descendant à 0°C , puis celle qu'il faudrait fournir à la glace pour l'amener à 0°C et la fondre entièrement. En déduire l'état final.
- 5.2 Écrire le bilan d'énergie interne complet du système, puis établir l'expression littérale de la température finale θ_f et la calculer.
- 5.3 Quelle masse de glace, prise à θ_g , donnerait exactement 0°C , toute la glace étant fondue ?
- 5.4 On ajoute en réalité $m'_g = 100 \text{ g}$ de glace à θ_g . Montrer que la glace ne fond pas entièrement, puis calculer la masse fondue et la masse restante.
- 5.5 Pourquoi, dans le cas de la question 5.4, la température finale ne dépend-elle ni de m'_g ni de θ_g ?

Exercice 6 Python : exploiter un relevé de température



Une plaque chauffante de puissance électrique 250 W chauffe $m = 500 \text{ g}$ d'eau dans un bécher. Un capteur relève la température toutes les 60 s . Le programme ci-dessous estime la puissance thermique réellement reçue par l'eau, puis le rendement de la plaque.

```
1 m, c, P_elec = 0.500, 4180.0, 250.0
2 t = [0, 60, 120, 180, 240, 300]
3 th = [18.0, 24.2, 30.3, 36.3, 42.1, 47.8]
4 P = []
5 for i in range(len(t) - 1):
6     P.append(m * c * (th[i+1] - th[i]) / (t[i+1] - t[i]))
7 P_moy = sum(P) / len(P)
8 rendement = ... # ligne à compléter
9 print(round(P_moy, 1), "W", round(100 * rendement, 1), "%")
```

■ **DONNÉES** $c_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

- 6.1 Que contient la liste P à la fin de la boucle ? Pourquoi a-t-elle un élément de moins que t ?
- 6.2 Calculer « à la main » le premier et le dernier élément de P , puis compléter la ligne 8.
- 6.3 Les valeurs de P décroissent régulièrement au cours du relevé. Proposer une explication physique et préciser si la puissance fournie par la plaque, elle, a diminué.
- 6.4 Quelle valeur de P serait la plus pertinente pour estimer le rendement maximal de la plaque ?
- 6.5 Proposer une modification du programme estimant la durée pour porter cette eau à 100°C , et dire pourquoi cette estimation serait optimiste.

Exercice 7 Mesurer le zéro absolu



Un ballon de verre indéformable, de volume $V = 1,00 \text{ L}$, contient une quantité fixe d'air ; il est plongé successivement dans des bains de température θ réglable et l'on relève la pression P de l'air enfermé.

$\theta (^\circ\text{C})$	-20	0	20	40	60	80	100
$P (10^5 \text{ Pa})$	0,927	1,000	1,073	1,146	1,220	1,293	1,366

■ **DONNÉES** $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ • $T (\text{K}) = \theta (^\circ\text{C}) + 273,15$

- 7.1 Montrer que P est une fonction affine de θ et exprimer son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine en fonction de n , R et V .
- 7.2 Vérifier sur deux couples de valeurs que ce coefficient est constant et le calculer en $\text{Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.
- 7.3 Extrapoler jusqu'à $P = 0$: déterminer cette température. Quel nom porte-t-elle ? Que vaut-elle en kelvins ?
- 7.4 Déduire du coefficient directeur la quantité de matière d'air enfermée, puis la vérifier sur un point du tableau.
- 7.5 Cette extrapolation est-elle légitime ? Qu'observe-t-on en réalité bien avant cette température ?