

TERMINALE SPÉCIALITÉ · PHYSIQUE-CHIMIE · ONDES ET SIGNAUX · CHAPITRE 22



R. RINGUET · 2026 – 2027

Exercices 2 Dynamique du circuit RC

Applications : temporisation, anti-rebond, acquisition ExAO, méthode d'Euler, capteur d'humidité, supercondensateur

6 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 2 h · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Exploiter les solutions de charge et de décharge pour dimensionner un circuit RC (durée de temporisation, seuil de basculement).
- Déterminer τ à partir de mesures, évaluer une incertitude et comparer à une valeur de référence par l'écart normalisé.
- Mettre en œuvre la méthode d'Euler en Python; exploiter un capteur capacitif et une courbe d'étalonnage.

➤ MÉTHODE — Atteindre un seuil

Pour trouver la date t_s à laquelle u_C atteint la valeur U_s , on écrit $u_C(t_s) = U_s$, on isole l'exponentielle puis on applique la fonction $\ln$. Par exemple, en décharge : $E e^{-t_s/\tau} = U_s \iff t_s = \tau \ln \frac{E}{U_s}$.

Exercice 1 La temporisation d'une cage d'escalier

●●○

Dans un immeuble, l'appui sur un bouton-poussoir allume l'éclairage de la cage d'escalier pour une durée limitée. Le temporisateur contient un condensateur de capacité $C = 2\,200\,\mu\text{F}$:

- tant que le bouton est enfoncé, le condensateur se charge sous la tension $E = 12,0\,\text{V}$ à travers une résistance très faible $r = 10\,\Omega$;
 - dès que le bouton est relâché, le condensateur se décharge dans une résistance $R = 22\,\text{k}\Omega$; la lampe reste allumée tant que u_C est supérieure à la tension de seuil $U_s = 4,0\,\text{V}$.
- 1.1 Calculer le temps caractéristique de la charge. Montrer qu'un appui de $0,2\,\text{s}$ suffit à charger complètement le condensateur.
 - 1.2 Pendant la décharge, établir l'équation différentielle vérifiée par u_C et donner sans démonstration sa solution, en prenant pour origine des dates l'instant où le bouton est relâché.
 - 1.3 Calculer le temps caractéristique de la décharge, puis la durée d'éclairage.
 - 1.4 Le syndic souhaite une durée d'éclairage de $2,0\,\text{min}$. Quelle résistance faut-il choisir ? Pourquoi est-il plus simple de modifier R que E ?
 - 1.5 Un résident appuie à nouveau sur le bouton alors que la lampe est encore allumée. Que se passe-t-il ?

Exercice 2 Le filtre anti-rebond d'un bouton d'Arduino

●●○

Quand on appuie sur un bouton-poussoir, ses contacts métalliques « rebondissent » : pendant quelques millisecondes, le contact s'ouvre et se referme plusieurs fois, chaque ouverture durant au plus $1,0\,\text{ms}$. Une carte Arduino, très rapide, croirait alors à plusieurs appuis. On ajoute le circuit RC de la figure 1 : l'entrée de la carte mesure u_C sans prélever de courant; elle lit « bas » si $u_C < 1,5\,\text{V}$ et « haut » si $u_C > 3,0\,\text{V}$.

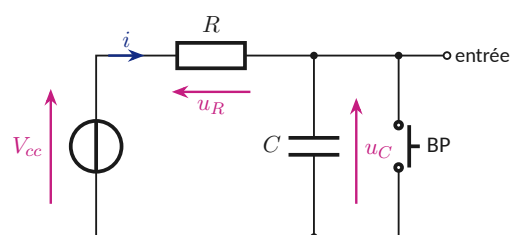


Figure 1 — Bouton et filtre RC ($V_{cc} = 5,0\,\text{V}$)

- 2.1** Bouton fermé, que vaut u_C ? Qu'indique alors la carte ?
- 2.2** Bouton ouvert, montrer que u_C vérifie $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = V_{cc}$. Si le condensateur est déchargé à la date $t = 0$ où le bouton s'ouvre, donner l'expression de $u_C(t)$.
- 2.3** Pendant un rebond, le contact s'ouvre pendant 1,0 ms au plus. Montrer que la carte continue de lire « bas » si $\tau > \frac{1,0 \text{ ms}}{\ln(1/0,7)}$, puis calculer cette valeur minimale de τ .
- 2.4** Avec $R = 10 \text{ k}\Omega$, choisir parmi 0,10 μF , 0,22 μF , 0,47 μF et 10 μF la plus petite capacité qui convient.
- 2.5** Quand l'utilisateur relâche définitivement le bouton, au bout de combien de temps la carte lit-elle « haut » ? Ce retard est-il perceptible ? Quel défaut aurait le choix de 10 μF ?

Exercice 3 Acquisition ExAO d'une décharge



Un condensateur, chargé sous $E = 5,00 \text{ V}$, se décharge à partir de $t = 0$ dans un conducteur ohmique de résistance $R = 10,0 \text{ k}\Omega$ (incertitude-type $u(R) = 0,1 \text{ k}\Omega$). Une interface d'acquisition relève u_C toutes les 4 ms. Le fabricant indique $C_{\text{réf}} = 1,00 \mu\text{F}$.

$t \text{ (ms)}$	0	4	8	12	16	20	24	28
$u_C \text{ (V)}$	5,00	3,41	2,31	1,59	1,07	0,72	0,50	0,34

- 3.1** Pendant la décharge, l'interface enregistre aussi la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique (u_R et u_C étant toutes deux orientées en convention récepteur pour le même sens positif de i). Montrer que $u_R = -u_C$ et en déduire la valeur de i à la date $t = 0$.
- 3.2** À partir de $u_C(t) = E e^{-t/\tau}$, montrer que $\ln u_C$ est une fonction affine du temps dont le coefficient directeur vaut $-\frac{1}{\tau}$ (u_C étant exprimée en volts).
- 3.3** À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, calculer les valeurs de $\ln u_C$, puis effectuer une régression linéaire. En déduire τ (arrondie au dixième de milliseconde).
- 3.4** Sans calcul de logarithme, vérifier la cohérence de ce résultat avec le tableau par la méthode des 37 %.
- 3.5** L'incertitude-type sur τ est estimée à $u(\tau) = 0,2 \text{ ms}$. Calculer la capacité mesurée C puis son incertitude-type, sachant que $\frac{u(C)}{C} = \sqrt{\left(\frac{u(\tau)}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2}$.
- 3.6** Calculer l'écart normalisé $z = \frac{|C - C_{\text{réf}}|}{u(C)}$ et conclure (compatibilité admise si $z < 2$).

Exercice 4 Simuler une charge par la méthode d'Euler



On étudie la charge d'un condensateur, initialement déchargé, sous $E = 5,0 \text{ V}$ avec $\tau = RC = 1,0 \text{ ms}$. La méthode d'Euler approche la courbe par une suite de petits segments : pendant un pas Δt , on remplace la dérivée par sa valeur au début du pas.

```

1 E = 5.0          # V
2 tau = 1.0e-3     # s
3 dt = 2.0e-4     # pas de calcul en s
4 t, u = 0.0, 0.0
5 T, U = [t], [u]
6 while t < 5 * tau:
7     dudt = ...   # ligne à compléter
8     u = u + dudt * dt
9     t = t + dt
10    T.append(t)
11    U.append(u)

```

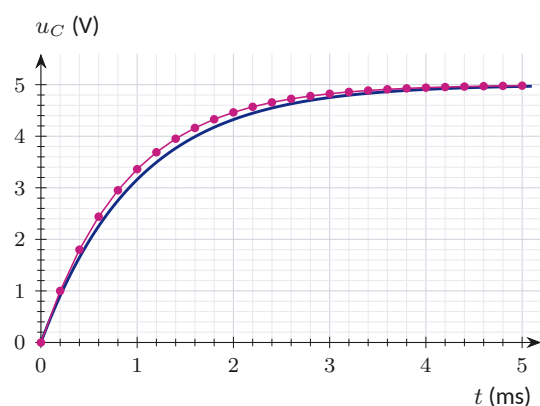


Figure 2 — Solution exacte (bleu) et points d'Euler (rose)

- 4.1 À partir de l'équation différentielle de la charge, montrer que $\frac{du_C}{dt} = \frac{E - u_C}{\tau}$, puis compléter la ligne 7 du programme.
- 4.2 Calculer « à la main » les trois premières valeurs de u obtenues après le point initial.
- 4.3 Le programme donne $u = 3,36 \text{ V}$ à la date $t = \tau$. Calculer la valeur exacte et l'écart relatif. Sur la figure 2, dans quel sens les points d'Euler s'écartent-ils de la courbe exacte ? Pourquoi ?
- 4.4 Comment modifier le programme pour améliorer la précision ? Quel en est le coût ?

Exercice 5 Un capteur d'humidité capacitif



Un capteur d'humidité est un condensateur plan dont l'isolant est un polymère qui absorbe la vapeur d'eau de l'air ; l'eau absorbée augmente la permittivité ε de l'isolant. La courbe d'étalonnage du capteur est donnée figure 3 (HR : humidité relative de l'air).

Pour mesurer C , un microcontrôleur charge le capteur sous $3,3 \text{ V}$ à travers une résistance $R = 1,00 \text{ M}\Omega$ et mesure le temps caractéristique : il trouve $\tau = 185 \mu\text{s}$.

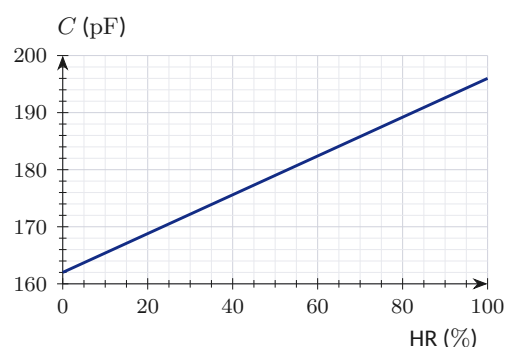


Figure 3 — Courbe d'étalonnage

- 5.1 À l'aide de l'expression $C = \frac{\varepsilon S}{e}$, expliquer pourquoi la capacité augmente avec l'humidité.
- 5.2 Déterminer la capacité du capteur, puis l'humidité relative de l'air.
- 5.3 Quelle est la sensibilité du capteur, en pF par point d'humidité ?
- 5.4 Le microcontrôleur mesure les durées à $1 \mu\text{s}$ près. Quelle est la plus petite variation d'humidité détectable ? Proposer une modification du montage pour détecter des variations dix fois plus petites.

Exercice 6 Le bus à supercondensateurs



Certains bus électriques urbains ne portent pas de batterie : un banc de supercondensateurs, de capacité équivalente $C = 20 \text{ F}$ et de tension maximale 400 V , est rechargé à chaque arrêt. Le moteur ne fonctionne plus correctement lorsque la tension descend en dessous de 200 V . Le bus consomme $0,90 \text{ kWh}$ par kilomètre.

■ **DONNÉES** Énergie stockée par un condensateur : $\mathcal{E} = \frac{1}{2} C u_C^2 \bullet 1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$

- 6.1 Calculer l'énergie stockée à 400 V , puis l'énergie réellement utilisable entre 400 V et 200 V , en joules puis en kWh. Quelle distance maximale peut séparer deux arrêts ?
- 6.2 À l'arrêt, la borne de recharge est modélisée par une source idéale de tension $E = 400 \text{ V}$ en série avec une résistance $R = 0,10 \Omega$. Calculer τ .
- 6.3 La recharge débute alors que $u_C = U_1 = 200 \text{ V}$. Vérifier que $u_C(t) = E - (E - U_1) e^{-t/\tau}$ est solution de l'équation de charge et respecte la condition initiale.
- 6.4 Calculer la durée nécessaire pour atteindre 390 V . Est-elle compatible avec un arrêt de bus d'une vingtaine de secondes ?
- 6.5 Calculer l'énergie reçue par le banc pendant cette recharge, puis la puissance moyenne correspondante. La comparer à celle d'une borne domestique de recharge pour voiture (7 kW).
- 6.6 Calculer l'intensité au début de la recharge. Quelle difficulté technique cela pose-t-il ?