

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE · CHAPITRE 12

Contrôle B Vecteurs, droites et plans de l'espace

Vrai ou faux, section d'un prisme, plans parallèles et grande diagonale du cube, trajectoire d'un drone

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

Les quatre exercices sont indépendants. Toute affirmation doit être démontrée : on précisera les vecteurs et les combinaisons linéaires utilisés et on écrira les calculs. Les figures demandées seront tracées à main levée, en perspective cavalière, les arêtes cachées en pointillés. La qualité de la rédaction et la clarté des raisonnements sont prises en compte dans la notation.

Exercice 1 Vrai ou faux

4 pts ●●●○

Pour chacune des quatre affirmations, dire si elle est vraie ou fausse. Une réponse « vrai » doit être démontrée ; une réponse « faux » doit être justifiée par un contre-exemple explicite.

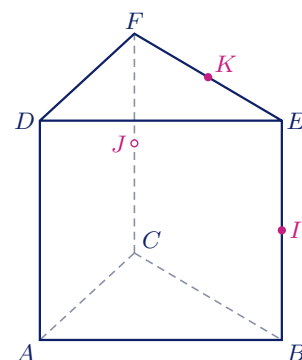
- 1.1 Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et si $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires, alors $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.
- 1.2 Dans un cube $ABCDEFGH$, les quatre points A , B , G et H sont coplanaires.
- 1.3 Trois points de l'espace deux à deux distincts définissent toujours un plan.
- 1.4 Si deux plans de l'espace ont un point commun, alors ils ont une droite commune.

Exercice 2 Une section du prisme

5 pts ●●●●○

$ABCDEF$ est le prisme de la figure 1 : ses bases sont les triangles ABC et DEF , et ses arêtes latérales sont $[AD]$, $[BE]$ et $[CF]$, avec $\vec{AD} = \vec{BE} = \vec{CF}$. On note I le milieu de $[BE]$, J le milieu de $[CF]$ et K le milieu de $[EF]$. On admet que $(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ est une base de l'espace et l'on munit l'espace du repère $(A; \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$.

- 2.1 Donner les coordonnées des points B , C , D , E et F dans ce repère, puis celles de I , J et K .
- 2.2 Démontrer que $\vec{IJ} = \vec{BC}$. En déduire la nature du quadrilatère $BIJC$.
- 2.3 Démontrer que la droite (BC) est parallèle au plan (AIJ) .
- 2.4 Le point K appartient-il au plan (AIJ) ? Justifier par le calcul.
- 2.5 Reproduire la figure 1 et construire la section du prisme par le plan (AIJ) : préciser, pour chaque côté, la face du prisme sur laquelle il se trouve.

Figure 1 — Le prisme $ABCDEF$

Exercice 3 La grande diagonale du cube

6 pts ●●●

$ABCDEFGH$ est le cube de la figure 2, muni du repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. On s'intéresse à la *grande diagonale* $[AG]$ et aux deux plans $\mathcal{P} = (BDE)$ et $\mathcal{P}' = (CFH)$.

- 3.1 Donner les coordonnées des huit sommets du cube.
- 3.2 Démontrer que $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{BE}$ et que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{BD}$. En déduire que les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont parallèles.
- 3.3 Soit M le point d'intersection de la droite (AG) et du plan $\mathcal{P}$. En écrivant $\overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AG}$ puis $\overrightarrow{BM} = a \overrightarrow{BD} + b \overrightarrow{BE}$, démontrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AG}$.
- 3.4 Soit N le point d'intersection de (AG) et de $\mathcal{P}'$. Démontrer de même que $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AG}$.
- 3.5 En déduire que les points M et N partagent le segment $[AG]$ en trois segments de même longueur.
- 3.6 Reproduire la figure 2 et construire la section du cube par le plan $\mathcal{P}$. Justifier que ses trois côtés sont des diagonales de faces du cube et en déduire la nature de ce triangle.

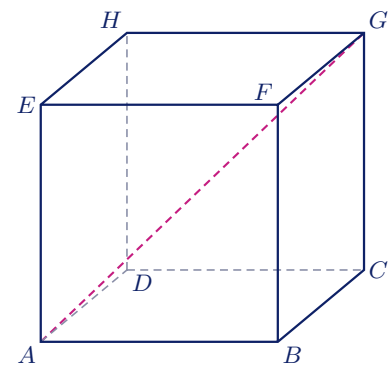


Figure 2 — Le cube et sa grande diagonale $[AG]$

Exercice 4 La trajectoire d'un drone

5 pts ●●●

L'espace est muni d'un repère dont l'unité est le mètre; le sol est l'ensemble des points de cote nulle. Un drone de livraison suit la trajectoire rectiligne qui va de $P(0; 0; 10)$ à $Q(12; 9; 1)$; une passerelle rectiligne relie les points $R(4; 0; 7)$ et $S(4; 12; 7)$ (figure 3).

- 4.1 Vérifier que le point $T(8; 6; 4)$ appartient au segment $[PQ]$ et préciser son altitude.
- 4.2 Démontrer que la trajectoire du drone et la droite (RS) sont sécantes, puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection. Le drone heurte-t-il réellement la passerelle? Justifier.
- 4.3 Pour éviter l'obstacle, le drone part maintenant du point $P'(0; 0; h)$, où $h > 0$, et vise toujours le point Q . Déterminer la valeur de h pour que le drone passe exactement 2 m au-dessus de la passerelle.
- 4.4 Un second drone suit la trajectoire rectiligne allant de $U(0; 9; 10)$ à $V(12; 0; 1)$. Démontrer que les deux trajectoires sont coplanaires, puis déterminer les coordonnées de leur point commun W .
- 4.5 Les deux drones partent au même instant, parcourent leur trajectoire à vitesse constante et arrivent en même temps. Y a-t-il réellement un risque de collision? Justifier.

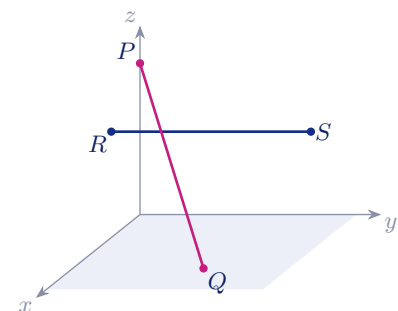


Figure 3 — Trajectoire $[PQ]$ et passerelle $[RS]$