

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE · CHAPITRE 12

Contrôle A Vecteurs, droites et plans de l'espace

QCM, décomposition dans un pavé, alignement et coplanarité par le calcul, section plane

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

Les quatre exercices sont indépendants. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification ; partout ailleurs, chaque affirmation doit être démontrée : on précisera les vecteurs utilisés et on écrira les calculs. Les figures demandées seront tracées à main levée, en perspective cavalière, les arêtes cachées en pointillés. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

6 pts ●○○○

Pour chacune des six questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

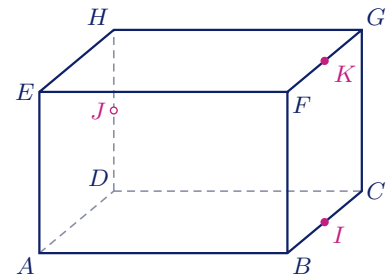
- 1.1** $ABCDEFGH$ est un cube. Le vecteur $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GH}$ est égal à :
- a) $\overrightarrow{BH}$ b) $\overrightarrow{BD}$ c) $\overrightarrow{AH}$ d) $\overrightarrow{BF}$
- 1.2** L'espace est muni d'un repère. On donne $A(1; 0; 2)$, $B(2; 1; 0)$ et $C(-1; -2; 6)$. Le réel k tel que $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$ est égal à :
- a) -2 b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) $-\frac{1}{2}$
- 1.3** Dans une base de l'espace, on pose $\vec{u}(1; 2; -1)$, $\vec{v}(0; 1; 3)$ et $\vec{w}(2; 3; -5)$. Ces trois vecteurs :
- a) forment une base de l'espace b) sont coplanaires
c) sont deux à deux colinéaires d) sont tous nuls
- 1.4** Dans le cube $ABCDEFGH$, les droites (BE) et (CH) sont :
- a) sécantes b) confondues c) non coplanaires d) parallèles
- 1.5** Une droite d et un plan $\mathcal{P}$ de l'espace n'ont aucun point commun. On peut affirmer que :
- a) d est incluse dans $\mathcal{P}$ b) d est parallèle à $\mathcal{P}$
c) d et $\mathcal{P}$ sont sécants d) on ne peut rien affirmer
- 1.6** Dans le cube $ABCDEFGH$, les quatre points A , C , F et H :
- a) sont alignés b) sont coplanaires
c) ne sont pas coplanaires d) sont confondus deux à deux

Exercice 2 Décomposer dans un pavé droit

5 pts ●●○

$ABCDEFGH$ est le pavé droit de la figure 1. On note I le milieu de $[BC]$, J le milieu de $[DH]$ et K le milieu de $[FG]$. On travaille dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- 2.1 Simplifier $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GH}$, puis $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HD}$.
- 2.2 Donner les coordonnées des points I , J et K dans ce repère.
- 2.3 Démontrer que $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{AE}$. Quelle est la nature du quadrilatère $AIKE$?
- 2.4 Les vecteurs $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.
- 2.5 Déterminer les coordonnées du point L défini par $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AE}$. Ce point est-il un point du pavé ? Justifier.

Figure 1 — Le pavé droit $ABCDEFGH$ **Exercice 3 Alignement, plan et coplanarité**

5 pts ●●○

L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points

$$A(1; 0; 2), \quad B(3; 2; 0), \quad C(5; 4; -2), \quad D(2; -1; 1).$$

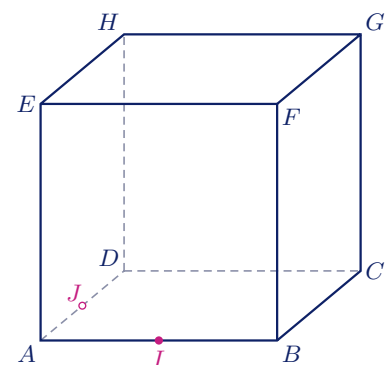
- 3.1 Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$, puis démontrer que les points A , B et C sont alignés et que B est le milieu de $[AC]$.
- 3.2 Démontrer que les points A , B et D ne sont pas alignés. En déduire que ces trois points définissent un plan, dont on donnera deux vecteurs directeurs.
- 3.3 Le point $E(4; 1; -1)$ appartient-il au plan (ABD) ? Justifier en résolvant un système.
- 3.4 Même question pour le point $F(0; 2; 1)$.
- 3.5 Déterminer les coordonnées du point G tel que $ABGD$ soit un parallélogramme. Que constate-t-on ? Retrouver ainsi la réponse à la question 3.3.

Exercice 4 Positions relatives et section plane

4 pts ●●○

$ABCDEFGH$ est le cube de la figure 2 ; I est le milieu de l'arête $[AB]$ et J celui de l'arête $[AD]$.

- 4.1 Préciser, en justifiant, la position relative de chacun des couples suivants.
 - a) les droites (AH) et (BG) ;
 - b) les droites (AC) et (BG) ;
 - c) la droite (EG) et le plan (ABC) .
- 4.2 Démontrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ et en déduire que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.
- 4.3 Reproduire la figure 2 et construire la section du cube par le plan (IJE) : préciser, pour chacun de ses côtés, la face du cube sur laquelle il se trouve, puis démontrer que ce triangle est isocèle en E . (On pourra appliquer le théorème de Pythagore dans les faces $ABFE$ et $ADHE$.)

Figure 2 — Le cube et les milieux I et J