

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ANALYSE · CHAPITRE 8



R. RINGUET · 2026 – 2027

Exercices 1 Fonctions sinus et cosinus

Les bases : parité, périodicité, dérivées, équations et inéquations trigonométriques

8 exercices · niveau ●○○ à ●●○ · durée conseillée : 2 h · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Utiliser la parité et la périodicité de $\sin$ et $\cos$; lire une valeur sur le cercle trigonométrique.
- Dériver une fonction construite à partir de $\sin$ et $\cos$, en particulier $x \mapsto \cos(ax+b)$ et $x \mapsto \sin(ax+b)$.
- Résoudre $\cos x = a$, $\sin x = a$ et $\cos x \leq a$; étudier les variations d'une fonction bâtie sur $\sin$ et $\cos$.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

- $\cos$ est *paire*, $\sin$ est *impaire*, toutes deux sont 2π -périodiques, et $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- **Angles associés.** $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$,
 $\cos(\pi + x) = -\cos x$, $\sin(\pi + x) = -\sin x$.
- **Dérivées (admissibles).** $\sin' = \cos$, $\cos' = -\sin$, $(\sin(ax+b))' = a \cos(ax+b)$, $(\cos(ax+b))' = -a \sin(ax+b)$.
- **Équations.** $\cos x = \cos a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Exercice 1 Valeurs exactes

●○○

Donner la valeur exacte de chacun des nombres suivants, en utilisant la parité, la périodicité ou les angles associés.

- a) $\cos(-\frac{\pi}{3})$ b) $\sin(\frac{2\pi}{3})$ c) $\cos(\frac{3\pi}{4})$ d) $\sin(-\frac{\pi}{4})$ e) $\cos(\frac{7\pi}{3})$ f) $\sin(-\frac{7\pi}{6})$

Exercice 2 Parité et périodicité

●○○

2.1 Pour chacune des fonctions suivantes, définies sur $\mathbb{R}$, dire si elle est paire, impaire, ou ni l'une ni l'autre, en justifiant.

- a) $f(x) = x \sin x$ b) $g(x) = \cos x + x^2$ c) $h(x) = \sin x + x$ d) $k(x) = \cos x + \sin x$

2.2 Montrer que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \cos(2x)$ est π -périodique. Que peut-on en déduire pour sa courbe représentative ?

2.3 Simplifier, pour tout réel x , l'expression $A(x) = \cos(x + 2\pi) + \sin(-x) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi + x)$.

Exercice 3 Calculs de dérivées

●○○

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes, définies sur $\mathbb{R}$ sauf c) définie sur $]0; +\infty[$.

- a) $f(x) = \sin x - \cos x$ b) $f(x) = x^2 \sin x$ c) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$
d) $f(x) = (\sin x)^3$ e) $f(x) = e^{\cos x}$ f) $f(x) = \sin(3x)$
g) $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ h) $f(x) = 4 \cos(\frac{\pi x}{3})$ i) $f(x) = x \cos(2x)$
j) $f(x) = 2 \sin(\frac{\pi x}{4})$

Exercice 4 Équations dans $\mathbb{R}$

●○○

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes ; donner l'ensemble des solutions à l'aide d'un entier relatif k .

a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\sin x = \frac{1}{2}$ c) $\cos x = -\frac{1}{2}$ d) $\sin x = 0$ e) $\cos x = -1$ f) $\sin x = 1$

Exercice 5 Équations sur un intervalle

●●○

On pourra s'aider du cercle trigonométrique de la figure 1, en plaçant à chaque fois les points correspondant aux solutions.

5.1 Résoudre $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[-\pi ; \pi]$.

5.2 Résoudre $\sin x = -\frac{1}{2}$ sur $[0 ; 2\pi]$.

5.3 Résoudre $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ sur $[0 ; \pi]$. (On commencera par préciser l'intervalle décrit par $2x$.)

5.4 Résoudre $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[0 ; 2\pi]$.

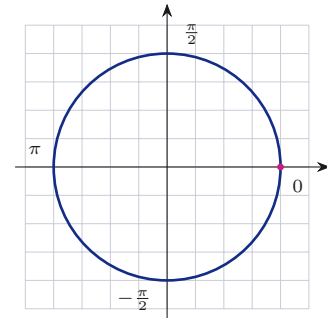


Figure 1 — Cercle trigonométrique (à reproduire)

Exercice 6 Inéquations sur $[-\pi ; \pi]$

●●○

Résoudre sur $[-\pi ; \pi]$ les inéquations a), b) et c). Pour chacune, on tracera un cercle trigonométrique, on placera les points solutions de l'équation associée, puis on coloriera l'arc correspondant aux solutions.

a) $\cos x \leq \frac{1}{2}$ b) $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

En déduire, sans nouveau tracé, l'ensemble des solutions sur $[-\pi ; \pi]$ de $2 \cos x - 1 \leq 0$, puis celui de $\cos x > \frac{1}{2}$.

Exercice 7 Tangentes

●●○

On note $\mathcal{S}$ la courbe de la fonction sinus et $\mathcal{C}$ celle de la fonction cosinus, dans un repère orthonormé.

7.1 Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{S}$ au point d'abscisse 0, puis une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $\frac{\pi}{3}$.

7.2 Déterminer les abscisses des points de $\mathcal{S}$ d'abscisse dans $[0 ; 2\pi]$, puis celles des points de la courbe de $g : x \mapsto \cos(2x)$ d'abscisse dans $[0 ; \pi]$, en lesquels la tangente est horizontale.

Exercice 8 Un triangle d'aire maximale

●●○

Un triangle ABC est isocèle en A avec $AB = AC = 6$ cm. On note θ la mesure en radians de l'angle $\widehat{BAC}$, avec $\theta \in]0 ; \pi[$, et H le pied de la hauteur issue de B (figure 2).

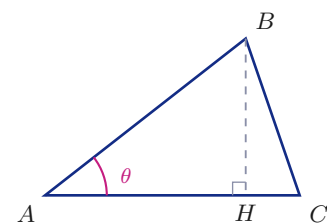
8.1 Justifier que $BH = 6 \sin \theta$, puis que l'aire du triangle, en cm^2 , est $\mathcal{A}(\theta) = 18 \sin \theta$.

8.2 Calculer les valeurs exactes de $\mathcal{A}\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $\mathcal{A}\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

8.3 Calculer $\mathcal{A}'(\theta)$, étudier son signe sur $]0 ; \pi[$ et dresser le tableau de variations de $\mathcal{A}$.

8.4 En déduire la valeur de θ pour laquelle l'aire est maximale, ainsi que cette aire maximale, puis préciser la nature du triangle ABC dans ce cas.

8.5 Résoudre l'équation $\mathcal{A}(\theta) = 9$ sur $]0 ; \pi[$.

Figure 2 — Le triangle ABC