

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 9

Devoir bilan Variations et extremums

Le chapitre et les acquis : calcul littéral, intervalles, fonctions de référence, variations, extremums, optimisation

Durée : 1 h 30 · calculatrice interdite · 5 exercices · barème sur 20 + 1 point bonus



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les cinq exercices sont indépendants ; ils portent sur le chapitre et sur les acquis du début de l'année. Sauf dans l'exercice 1, tout résultat non justifié ne donnera aucun point : vous devez indiquer votre démarche. Les ensembles de solutions sont écrits sous forme d'intervalle et notés S . La figure de l'exercice 2 est à compléter (traits de lecture apparents) et à rendre avec la copie. La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

4 pts ●○○○

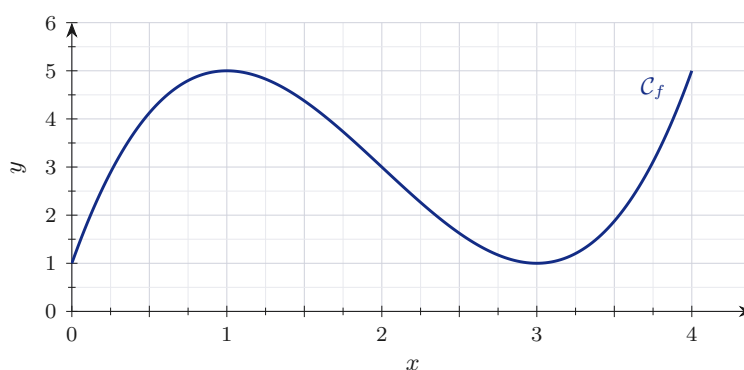
Répondre à chaque question ; aucune démarche détaillée n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.)

- a) Développer et réduire $(x - 6)^2$. b) Factoriser $x^2 - 49$.
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3x - 7 \leq 2$; donner S sous forme d'intervalle. d) Déterminer $[-2 ; 5] \cap]1 ; +\infty[$.
- e) f affine, $f(0) = -3$ et $f(4) = 5$: donner son taux d'accroissement. f) Comparer $(-2,9)^2$ et $(-2,4)^2$.
- g) Donner l'image de l'intervalle $[-3 ; -1]$ par la fonction inverse. h) Une fonction g est décroissante sur $[0 ; 8]$: comparer $g(3)$ et $g(7)$.

Exercice 2 Lecture graphique

4 pts ●●○○

La figure 1 représente, dans un repère, la courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

Figure 1 — La courbe de f sur $[0 ; 4]$

- 2.1 Dresser, par lecture graphique, le tableau de variations de f sur $[0 ; 4]$. 1,5 pt
- 2.2 Donner le maximum et le minimum de f sur $[0 ; 4]$, ainsi que toutes les valeurs en lesquelles ils sont atteints. 1 pt
- 2.3 Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ dans $[0 ; 4]$. 0,5 pt

- 2.4** Comparer, en utilisant uniquement le sens de variation et lorsque c'est possible : $f(0,5)$ et $f(0,8)$; $f(1,5)$ et $f(2,5)$; $f(2)$ et $f(3,5)$. 1 pt

Exercice 3 Location de vélos

4 pts ●●○

Un loueur de vélos propose trois tarifs pour une journée, où x désigne le nombre d'heures de location, avec $x \geq 0$:

- tarif **A** : 4 € de prise en charge, puis 3 € par heure ;
 - tarif **B** : 10 € de prise en charge, puis 1,50 € par heure ;
 - tarif **C** : 22 € pour la journée entière, quel que soit le nombre d'heures.
- 3.1** Exprimer $A(x)$, $B(x)$ et $C(x)$ en fonction de x . Donner le taux d'accroissement de chacune de ces trois fonctions affines, puis leur sens de variation sur $[0 ; +\infty[$. 1,5 pt
- 3.2** Calculer $A(2)$, $B(2)$, $A(6)$ et $B(6)$. 1 pt
- 3.3** Résoudre l'inéquation $A(x) < B(x)$ et interpréter le résultat pour un client. 1 pt
- 3.4** Pour quelles durées de location le tarif **C** est-il strictement le plus avantageux des trois ? 0,5 pt

Exercice 4 Démonstration : la fonction carré sur $] -\infty ; 0]$

4 pts ●●○

Soit f la fonction carré, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Soient a et b deux réels tels que $a < b \leq 0$.

- 4.1** Vérifier que $f(b) - f(a) = (b - a)(a + b)$. 1,5 pt
- 4.2** Déterminer le signe de $b - a$, puis celui de $a + b$. En déduire le signe de $f(b) - f(a)$. 1,5 pt
- 4.3** Conclure sur le sens de variation de f sur $] -\infty ; 0]$. Sachant que f est croissante sur $[0 ; +\infty[$, dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ et donner son minimum. 0,5 pt
- 4.4** En déduire, sans aucun calcul de carré, la comparaison de $(-4,7)^2$ et $(-4,3)^2$. Comparer ensuite $(-1,2)^2$ et $1,5^2$: le sens de variation suffit-il ici ? 0,5 pt

Exercice 5 Une vente de tee-shirts

4 pts ●●●

Une association vend des tee-shirts pour financer un voyage. Une étude montre que si le prix de vente est de x euros, avec $5 \leq x \leq 25$, alors le nombre de tee-shirts vendus est $300 - 10x$. On note $R(x)$ la recette de l'association, en euros.

- 5.1** Justifier que $R(x) = x(300 - 10x)$, puis vérifier que le nombre de tee-shirts vendus est bien positif pour tout x de $[5 ; 25]$. 1 pt
- 5.2** Calculer $R(5)$, $R(10)$, $R(15)$ et $R(20)$. Conjecturer le prix de vente qui rend la recette maximale. 1 pt
- 5.3** Démontrer que, pour tout x de $[5 ; 25]$, $2250 - R(x) = 10(x - 15)^2$. 1 pt
- 5.4** En déduire la recette maximale de l'association, le prix de vente correspondant et le nombre de tee-shirts alors vendus. La conjecture de la question 5.2 est-elle démontrée ? 1 pt

Exercice 6 Question bonus (1 point, hors barème)

●○○

Parmi les entiers de 1 à 1000, combien s'écrivent avec au moins un chiffre 7 ? Justifier. (On pourra d'abord compter ceux qui n'en contiennent aucun.)