

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 11

Fiche de cours Statistiques

L'essentiel du chapitre en deux pages

définitions · propriétés · méthodes · à savoir par cœur



R. RINGUET · 2026 - 2027

1 SÉRIE STATISTIQUE, EFFECTIFS ET FRÉQUENCES

Définition. On étudie un **caractère** sur une **population** de N individus. À chaque valeur x_i du caractère est associé son **effectif** n_i (nombre d'individus qui la prennent) et sa **fréquence** $f_i = \frac{n_i}{N}$. On a $n_1 + \dots + n_p = N$ et $f_1 + \dots + f_p = 1$.

Définition. L'**effectif cumulé croissant** (E.C.C.) d'une valeur est la somme des effectifs des valeurs qui lui sont inférieures ou égales ; la **fréquence cumulée croissante** (F.C.C.) est le quotient de cet effectif cumulé par N . La dernière F.C.C. vaut 1, soit 100 %.

2 INDICATEURS DE POSITION

Définition. La **moyenne** d'une série de valeurs x_i d'effectifs n_i est

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N} = f_1x_1 + \dots + f_px_p.$$

Définition. La **médiane** M_e est une valeur qui partage la série *ordonnée* en deux groupes de même effectif : au moins 50 % des valeurs lui sont inférieures ou égales, et au moins 50 % lui sont supérieures ou égales.

Définition. Le premier quartile Q_1 est la *plus petite* valeur de la série telle qu'au moins 25 % des valeurs lui soient inférieures ou égales ; le troisième quartile Q_3 , la plus petite telle qu'au moins 75 % lui soient inférieures ou égales.

Méthode. Ordonner d'abord la série, puis appliquer les règles de rang du formulaire (page 2). Pour Q_1 et Q_3 : si $\frac{N}{4}$ (resp. $\frac{3N}{4}$) n'est pas entier, prendre la valeur de rang l'entier *immédiatement supérieur*.

3 INDICATEURS DE DISPERSION

Définition. L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur. L'**écart interquartile** est $Q_3 - Q_1$: c'est l'amplitude de l'intervalle contenant au moins la moitié « centrale » des valeurs.

Définition. La **variance** V et l'**écart type** σ mesurent la dispersion autour de la moyenne :

$$V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}, \quad \sigma = \sqrt{V} \quad (\sigma \geq 0, \text{ même unité que les } x_i).$$

Notation. La **boîte à moustaches** résume la série sur un axe gradué : un rectangle de Q_1 à Q_3 coupé par un trait à la médiane, et deux moustaches allant jusqu'au minimum et jusqu'au maximum.

Propriété — effet d'une transformation. Si toutes les valeurs augmentent de a , la moyenne, la médiane et les quartiles augmentent de a et l'écart type est inchangé. Si toutes les valeurs sont multipliées par $k > 0$, tous ces indicateurs sont multipliés par k .

4 SÉRIES REGROUPÉES PAR CLASSES

Définition. Quand les valeurs sont nombreuses, on les regroupe en **classes** $[a; b[$, ici de même amplitude. L'**histogramme** représente chaque classe par un rectangle de largeur l'amplitude et d'aire proportionnelle à l'effectif : à amplitudes égales, les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs.

Propriété — moyenne par les centres. On remplace chaque classe par son **centre** $c_i = \frac{a+b}{2}$ et on calcule la moyenne pondérée des c_i : on obtient une *valeur approchée* de la moyenne.

Définition. La **classe médiane** est la première classe dont la F.C.C. atteint 50 %. On estime M_e en lisant l'abscisse du point d'ordonnée 50 % sur le **polygone des fréquences cumulées croissantes** (point $(a_1; 0)$, où a_1 est la borne inférieure de la première classe, puis points $(b; \text{F.C.C.})$, joints par des segments). On estime de même Q_1 et Q_3 aux ordonnées 25 % et 75 %.

Masse (kg)	$[0; 2[$	$[2; 4[$	$[4; 6[$	$[6; 8[$
Effectif	15	30	35	20
F.C.C.	15 %	45 %	80 %	100 %

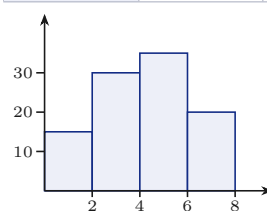


Figure 1 — Histogramme (effectifs; masses en kg)

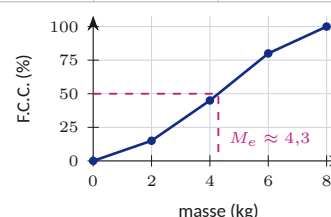


Figure 2 — Polygone des F.C.C.

5 COMPARER DEUX SÉRIES

Méthode. Deux séries se comparent par un indicateur de *position* et un indicateur de *dispersion* pris dans le même couple : **moyenne et écart type**, ou **médiane et écart interquartile**. À moyennes égales, la série d'écart type le plus petit est la plus *régulière*. En présence de valeurs extrêmes, préférer le couple médiane / écart interquartile.

Remarque. Ajouter une valeur supérieure à la moyenne fait augmenter la moyenne ; ajouter une valeur très grande modifie beaucoup la moyenne et l'écart type, mais très peu la médiane.

■ FORMULAIRE — Tout le chapitre en trois points

- Fréquence : $f_i = \frac{n_i}{N}$; moyenne : $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + \dots + n_p x_p}{N}$; variance : $V = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_p (x_p - \bar{x})^2}{N}$; écart type : $\sigma = \sqrt{V}$.
- Médiane : valeur de rang $\frac{N+1}{2}$ (N impair), demi-somme des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$ (N pair) ; Q_1, Q_3 : valeurs de rangs $\frac{N}{4}, \frac{3N}{4}$ arrondis à l'entier supérieur.
- Étendue = $x_{\max} - x_{\min}$; écart interquartile = $Q_3 - Q_1$; classes : centre $c = \frac{a+b}{2}$, moyenne approchée $\frac{n_1 c_1 + \dots + n_p c_p}{N}$.

6 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Calculer effectifs et fréquences cumulés croissants ; compléter un tableau de série regroupée par classes.
- Calculer une moyenne pondérée, un écart type ; déterminer médiane, quartiles, étendue et écart interquartile.
- Construire un histogramme à classes de même amplitude et le polygone des fréquences cumulées croissantes.
- Repérer la classe médiane, estimer médiane et quartiles par lecture graphique, calculer la moyenne par les centres de classes.
- Étudier l'effet de l'ajout ou du retrait d'une valeur ; comparer deux séries, et construire deux boîtes à moustaches sur un même axe.

7 EXEMPLES TYPES

★ EXEMPLE — moyenne et écart type

Série des notes 8, 10, 12, 14, 16. Moyenne : $\bar{x} = \frac{8+10+12+14+16}{5} = 12$. Variance : $V = \frac{16+4+0+4+16}{5} = 8$, donc $\sigma = \sqrt{8} \approx 2,83$.

★ EXEMPLE — médiane et quartiles

Série ordonnée de $N = 11$ valeurs : 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 15, 17. Médiane : rang 6, soit $M_e = 8$. $\frac{N}{4} = 2,75$: Q_1 est la valeur de rang 3, soit 5 ; $\frac{3N}{4} = 8,25$: Q_3 est celle de rang 9, soit 12. Écart interquartile 7 ; étendue 15.

★ EXEMPLE — série par classes

Avec le tableau de la page 1 ($N = 100$ colis), les centres des classes sont 1, 3, 5 et 7 : $\bar{x} \approx \frac{15 \times 1 + 30 \times 3 + 35 \times 5 + 20 \times 7}{100} = \frac{420}{100} = 4,2$ kg. La classe médiane est $[4 ; 6[$ (première F.C.C. à atteindre 50 %), et la lecture graphique donne $M_e \approx 4,3$ kg.

★ EXEMPLE — comparer deux séries

Deux ateliers fabriquent des pièces de 50 g. Atelier A : $\bar{x}_A = 50,0$ g et $\sigma_A = 1,2$ g ; atelier B : $\bar{x}_B = 50,0$ g et $\sigma_B = 4,5$ g. Même moyenne, mais la production de A est bien plus *régulière*.

✗ PIÈGES

- Oublier les effectifs dans la moyenne : $\bar{x}$ est une moyenne *pondérée*, pas la moyenne des valeurs distinctes.
- Calculer la médiane sans avoir *ordonné* la série, ou la confondre avec la moyenne. Q_1 et Q_3 sont des *valeurs* du caractère, pas des rangs ni des pourcentages.
- Sur une série regroupée par classes, moyenne et médiane ne sont que des *valeurs approchées*.
- Comparer deux séries avec la moyenne de l'une et la médiane de l'autre : utiliser les mêmes indicateurs.