

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 7

Fiche de cours Généralités sur les fonctions

L'essentiel du chapitre en deux pages

définitions · propriétés · méthodes · à savoir par cœur



R. RINGUET · 2026 - 2027

1 FONCTION, IMAGE, ANTÉCÉDENT

Définition. Définir une **fonction** f sur un ensemble $\mathcal{D}$, c'est associer à chaque réel x de $\mathcal{D}$ **un seul** nombre réel, noté $f(x)$. On écrit $f : x \mapsto f(x)$ et l'on dit que $f(x)$ est l'**image** de x par f .

Définition. Un **antécédent** de k par f est un réel x de $\mathcal{D}$ tel que $f(x) = k$. Chercher les antécédents de k , c'est résoudre l'équation $f(x) = k$.

Remarque. Un nombre a *au plus une* image, mais un nombre peut avoir zéro, un, plusieurs, voire une infinité d'antécédents. Une fonction peut être donnée par une formule, par un tableau de valeurs, par une courbe ou par un programme de calcul.

2 ENSEMBLE DE DÉFINITION

Définition. L'**ensemble de définition** $\mathcal{D}_f$ de f est l'ensemble des réels qui ont une image par f . Il est soit imposé par l'énoncé (ou par le contexte concret), soit constitué de tous les réels pour lesquels le calcul de $f(x)$ est possible.

Propriété. Deux interdits en Seconde : un **dénominateur** ne peut pas être nul, et l'expression sous une **racine carrée** ne peut pas être strictement négative.

Méthode — déterminer $\mathcal{D}_f$. repérer les quotients et les racines, écrire les conditions correspondantes ($B(x) \neq 0$, $A(x) \geq 0$), les résoudre, puis exprimer $\mathcal{D}_f$ à l'aide d'intervalles.

3 COURBE REPRÉSENTATIVE

Définition. Dans un repère, la **courbe représentative** $\mathcal{C}_f$ de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$ pour x parcourant $\mathcal{D}_f$.

Propriété — appartenance. Le point $M(x ; y)$ appartient à $\mathcal{C}_f$ si, et seulement si, $x \in \mathcal{D}_f$ et $y = f(x)$.

Méthode — lire une image. se placer à l'abscisse x , monter (ou descendre) jusqu'à la courbe, lire l'ordonnée : c'est $f(x)$.

Méthode — lire les antécédents de k . tracer la droite horizontale d'équation $y = k$; les abscisses de ses points d'intersection avec $\mathcal{C}_f$ sont les antécédents de k . Leur nombre est le nombre de points d'intersection.

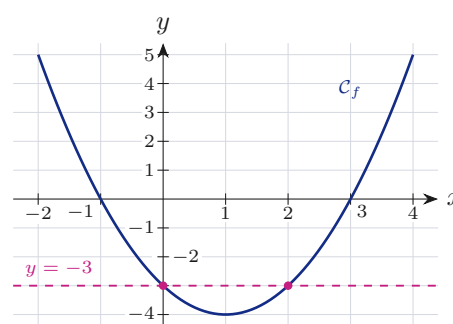


Figure 1 — Courbe de $f : x \mapsto x^2 - 2x - 3$ sur $[-2 ; 4]$. Le nombre -3 a deux antécédents, 0 et 2 ; -4 en a un seul et -5 n'en a aucun.

4 RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT

Propriété. Résoudre $f(x) = k$, c'est lire les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés à l'ordonnée k . Résoudre $f(x) \leq k$, c'est lire les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés *en dessous* de la droite d'équation $y = k$ ou sur cette droite ; l'ensemble des solutions s'écrit en intervalles.

Définition. Le **signe** de f est donné par la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à l'axe des abscisses : $f(x) > 0$ lorsque la courbe est au-dessus, $f(x) < 0$ lorsqu'elle est en dessous. On le résume dans un **tableau de signes**.

Propriété — comparer deux fonctions. Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Les solutions de $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points où $\mathcal{C}_f$ est en dessous de $\mathcal{C}_g$ ou la coupe. Par le calcul, on étudie le signe de la différence $f(x) - g(x)$.

5 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Calculer l'image d'un nombre, déterminer les antécédents d'un nombre par le calcul ou graphiquement.
- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction donnée par une formule, ou le lire sur une courbe.
- Compléter un tableau de valeurs, placer des points et tracer une courbe ; tester l'appartenance d'un point à $\mathcal{C}_f$.
- Résoudre graphiquement $f(x) = k$, $f(x) \leq k$, $f(x) = g(x)$, $f(x) \leq g(x)$ et donner les solutions en intervalles.
- Déterminer le signe d'une fonction et dresser son tableau de signes.
- Traduire un problème concret par une fonction et interpréter les résultats dans le contexte.

6 EXEMPLES TYPES

★ EXEMPLE — images et antécédents par le calcul

Soit $f(x) = x^2 - 2x - 3$. L'image de -2 est $f(-2) = 4 + 4 - 3 = 5$. Les antécédents de -3 sont les solutions de $x^2 - 2x - 3 = -3$, soit $x^2 - 2x = 0$, soit $x(x - 2) = 0$: ce sont 0 et 2 . Le nombre -5 n'a aucun antécédent : $f(x) = -5$ équivaut à $x^2 - 2x + 2 = 0$, or $x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1 > 0$ pour tout réel x .

★ EXEMPLE — ensemble de définition

Pour $g(x) = \frac{2x+1}{x-4}$, il faut $x - 4 \neq 0$: $\mathcal{D}_g =]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$. Pour $h(x) = \sqrt{3x-6}$, il faut $3x - 6 \geq 0$, soit $x \geq 2$: $\mathcal{D}_h = [2; +\infty[$.

★ EXEMPLE — appartenance à la courbe

Avec $f(x) = x^2 - 2x - 3$: le point $A(4; 5)$ vérifie $f(4) = 16 - 8 - 3 = 5$, donc $A \in \mathcal{C}_f$. Le point $B(1; 0)$ ne convient pas, car $f(1) = -4 \neq 0$.

★ EXEMPLE — comparer deux fonctions

Comparons $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et $g(x) = x - 3$. On étudie la différence $f(x) - g(x) = x^2 - 3x = x(x - 3)$:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
x	—	0	+	+
$x - 3$	—	—	0	+
$f(x) - g(x)$	+	0	—	+

On lit : $f(x) \leq g(x)$ pour $x \in [0; 3]$, et $f(x) \geq g(x)$ sur $]-\infty; 0]$ et sur $[3; +\infty[$. Les courbes se coupent aux points d'abscisses 0 et 3 .

✗ PIÈGES

- Ne pas confondre image et antécédent : l'image se *calcule* ($f(x)$), les antécédents se *cherchent* en résolvant $f(x) = k$.
- Un nombre n'a qu'une seule image, mais peut avoir plusieurs antécédents : une courbe est coupée au plus une fois par une verticale, mais peut l'être plusieurs fois par une horizontale.
- f désigne la fonction, $f(x)$ un nombre et $\mathcal{C}_f$ une courbe : ces trois objets ne s'écrivent pas l'un pour l'autre.
- L'ensemble de définition se détermine *avant* tout calcul, et une lecture graphique ne vaut que sur l'intervalle où la courbe est tracée.
- Pour résoudre $f(x) \leq k$, on lit des *abscisses*, pas des ordonnées, et la réponse s'écrit sous forme d'intervalles.