

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 8

Contrôle A Fonctions de référence

Compléments : la fonction valeur absolue, positions relatives de $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 6 exercices indépendants · barème sur 20 + 1 point bonus



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les six exercices sont indépendants. Sauf dans l'exercice 1, tout résultat non justifié ne donnera aucun point : vous devez indiquer votre démarche. Vous laisserez apparents les traits de construction des lectures graphiques, et les courbes demandées seront tracées sur les figures de l'énoncé. Les ensembles solutions seront donnés sous la forme $S = \{ \dots \}$, $S = \emptyset$ ou sous forme d'intervalle. La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

4 pts ●○○

Répondre à chaque question ; aucune démarche n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.)

- a) Donner l'image de -6 par la fonction valeur absolue. b) Donner les antécédents de 4 par la fonction valeur absolue.
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x| = 9$. d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x| < 1$.
- e) Donner le sens de variation de la fonction valeur absolue sur $] -\infty ; 0]$. f) Comparer $0,4$ et $0,4^2$.
- g) Comparer 3^2 et 3^3 . h) Développer et réduire $(x - 4)^2$.

Exercice 2 La fonction valeur absolue

4 pts ●○○

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$; on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 2.1 Recopier et compléter : « pour $x \geq 0$, $f(x) = \dots$; pour $x < 0$, $f(x) = \dots$ », puis le tableau de valeurs ci-dessous. Placer les sept points obtenus sur la figure 1 et tracer $\mathcal{C}_f$. 1,5 pt

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

- 2.2 Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$. En déduire le minimum de f sur $\mathbb{R}$ et la valeur en laquelle il est atteint. 1,5 pt
- 2.3 Résoudre graphiquement l'équation $|x| = 2$, puis l'inéquation $|x| \leq 3$. 0,5 pt
- 2.4 Retrouver ces deux résultats par le calcul. Expliquer enfin pourquoi l'équation $|x| = -4$ n'admet aucune solution. 0,5 pt

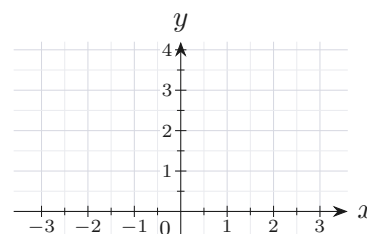


Figure 1 — Repère à compléter

Exercice 3 Une courbe construite à partir de celle de $|x|$

4 pts ●●○

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |x - 2|$. La figure 2 donne, en trait fin gris, la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction valeur absolue.

- 3.1** Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous, puis placer les points obtenus sur la **figure 2** et tracer la courbe $\mathcal{C}_g$. 1,5 pt

x	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$							

- 3.2** Décrire comment on passe de $\mathcal{C}_f$ à $\mathcal{C}_g$. Dresser ensuite le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$ et donner son minimum. 1,5 pt

- 3.3** Résoudre par le calcul l'équation $g(x) = 3$, puis l'inéquation $g(x) < 1$; vérifier les deux réponses sur la figure 2. 1 pt

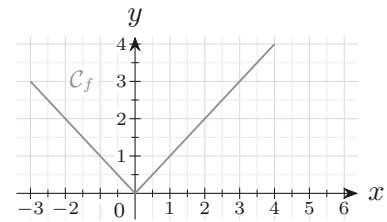


Figure 2 — Repère à compléter

Exercice 4 Démonstration : qui est au-dessus ?

4 pts ●●○

Dans un repère, on note $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ les courbes d'équations respectives $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$. La qualité de la rédaction est prise en compte dans cet exercice.

- 4.1** Développer $x(x - 1)$. En déduire une factorisation de $x^2 - x$. 0,5 pt
- 4.2** Recopier et compléter le **tableau 1** donnant le signe de $x^2 - x$ sur $\mathbb{R}$. 1,5 pt
- 4.3** En déduire la position relative de $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_1$ sur $[0; +\infty[$, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 \leq x$. 1,5 pt
- 4.4** Vérifier que $x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$. En déduire, pour $0 < x < 1$ puis pour $x > 1$, le classement dans l'ordre croissant des nombres x , x^2 et x^3 . 0,5 pt

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x				
$x - 1$				
$x^2 - x$				

Tableau 1 — Signe de $x^2 - x$, à compléter

Exercice 5 Vrai ou faux ?

2 pts ●●○

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse et **justifier**; lorsqu'elle est fausse, en proposer une correction. Un contre-exemple suffit pour montrer qu'une affirmation est fausse. (0,5 point par item.)

- a) Pour tout réel x , $|x| \geq x$. b) Si $x \in [-5; 2]$, alors $|x| \in [2; 5]$.
- c) Pour tout réel x , $x^3 \geq x^2$. d) La courbe de $x \mapsto |x| + 1$ ne coupe pas l'axe des abscisses.

Exercice 6 Encadrements

2 pts ●●○

On sait seulement que le réel x vérifie $2 \leq x \leq 6$.

- 6.1** Encadrer x^2 , puis $\frac{1}{x}$, en justifiant chaque encadrement par le sens de variation de la fonction utilisée. 1 pt
- 6.2** Encadrer $x - 4$, puis en déduire un encadrement de $|x - 4|$. (On remarquera que la fonction $x \mapsto |x - 4|$ n'est pas monotone sur $[2; 6]$.) 1 pt

Exercice 7 Question bonus (1 point, hors barème)

●○○

Un escargot est au fond d'un puits de 12 m de profondeur. Chaque jour il monte de 4 m le long de la paroi, et chaque nuit il glisse de 3 m. Au bout de combien de jours atteint-il le bord du puits ? Justifier.