

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 2

Contrôle B Arithmétique

Automatismes, démonstrations de cours, disjonction de cas, lignes de bus, algorithme des diviseurs

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 5 exercices indépendants · barème sur 20 (+ 1 point bonus)



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. **Tout résultat non justifié ne rapporte aucun point** : détaillez votre raisonnement. Dans les démonstrations, on attend une rédaction complète : on introduira les entiers nécessaires (du type $n = 2k + 1$ ou $a = 6k$) et on conclura par une phrase. L'exercice 2 demande cinq rédactions complètes : gérez votre temps. La question bonus rapporte 1 point en plus des 20 points du barème.

Exercice 1 Automatismes (0,8 point par question)

4 pts ●○○

- 1.1 Effectuer la division euclidienne de 2 026 par 17 et écrire l'égalité correspondante.
- 1.2 Le nombre 4 095 est-il divisible par 9 ? par 4 ? Justifier par les critères.
- 1.3 Rendre la fraction $\frac{175}{245}$ irréductible.
- 1.4 Décomposer 1 176 en produit de facteurs premiers.
- 1.5 Le nombre 143 est-il premier ? Justifier.

Exercice 2 Démonstrations de cours

5 pts ●●○

Dans tout l'exercice, n désigne un entier.

- 2.1 Démontrer que le carré d'un nombre impair est impair.
- 2.2 Démontrer que le produit de deux entiers consécutifs est pair. (On distinguera les deux cas : n pair, puis n impair.)
- 2.3 En déduire que, pour tout entier n , le nombre $n^2 + n + 1$ est impair.
- 2.4 Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3. La somme de cinq entiers consécutifs est-elle un multiple de 5 ? Justifier.
- 2.5 Démontrer que le produit de deux nombres impairs est impair.

Exercice 3 Reasonner par disjonction de cas

4 pts ●●●

Soit n un entier naturel.

- 3.1 Justifier que n s'écrit sous l'une des trois formes $3k$, $3k + 1$ ou $3k + 2$, où k est un entier naturel.
- 3.2 Recopier et compléter le tableau ci-dessous, puis en déduire que le reste de la division euclidienne de n^2 par 3 vaut toujours 0 ou 1.

Écriture de n	$n = 3k$	$n = 3k + 1$	$n = 3k + 2$
n^2 développé et réduit	$9k^2$		
Reste de n^2 dans la division par 3	0		

- 3.3** En déduire que 3 002 n'est pas le carré d'un entier.
- 3.4** Le raisonnement précédent permet-il d'affirmer que 3 003 n'est pas le carré d'un entier ? Expliquer, puis conclure en encadrant 3 003 entre les carrés de deux entiers consécutifs.

Exercice 4 Les trois lignes de bus

4 pts ●●○

Trois lignes de bus partent ensemble de la gare routière à 6 h 00. La ligne A part ensuite toutes les 15 minutes, la ligne B toutes les 20 minutes et la ligne C toutes les 25 minutes. Aucun départ n'a lieu après 22 h 00.

- 4.1** Déterminer l'heure du premier départ simultané des lignes A et B après 6 h 00.
- 4.2** Déterminer l'heure du premier départ simultané des trois lignes après 6 h 00.
- 4.3** Combien de fois, entre 6 h 00 et 22 h 00 (bornes comprises), les trois lignes partent-elles ensemble ? Préciser les horaires.
- 4.4** La ligne C est remplacée par une ligne D dont les départs ont lieu toutes les 12 minutes. Les trois lignes A, B et D partiront-elles ensemble plus souvent qu'auparavant ? Justifier par un calcul.

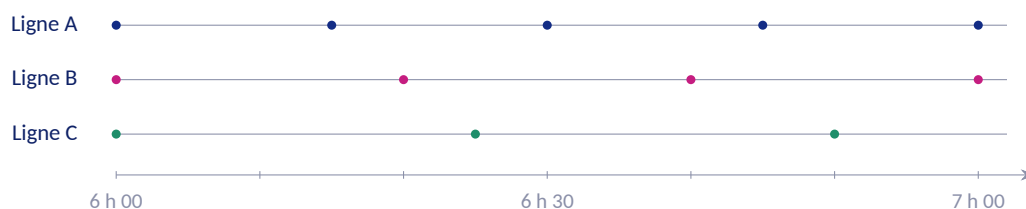


Figure 1 — Les départs des trois lignes pendant la première heure

Exercice 5 Diviseurs et nombres premiers en Python

3 pts ●●○

```
1 def diviseurs(n):
2     for d in range(1, n + 1):
3         if n % d == 0:
4             print(d)
```

```
1 def petit_diviseur(n):
2     d = 2
3     while n % d != 0:
4         d = d + 1
5     return d
```

Dans tout l'exercice, n désigne un entier supérieur ou égal à 2.

- 5.1** Qu'affiche l'instruction `diviseurs(28)` ?
- 5.2** Donner les valeurs renvoyées par `petit_diviseur(91)` et par `petit_diviseur(97)`.
- 5.3** Que renvoie `petit_diviseur(n)` lorsque n est un nombre premier ? Justifier. En déduire comment modifier la fonction pour qu'elle renvoie `True` si n est premier et `False` sinon.
- 5.4** Expliquer pourquoi la boucle `while` du programme `petit_diviseur` s'arrête toujours, quel que soit l'entier $n \geq 2$.

Exercice 6 Question bonus (1 point, hors barème)

●●○

Une horloge sonne un coup à 1 heure, deux coups à 2 heures, et ainsi de suite jusqu'à douze coups à 12 heures ; elle ne sonne rien entre les heures. Combien de coups sonne-t-elle au cours d'une journée complète de 24 heures ? Justifier la réponse.