

Approfondissement

Modèles ondulatoire et particulaire de la lumière

Formule de Balmer et séries de l'hydrogène, spectre d'une étoile très chaude, mesure de la constante de Planck, compter les photons

4 exercices · niveau ●●● · durée conseillée : 3 h · calculatrice autorisée

Exercice 1 La formule de Balmer et les séries de l'hydrogène ●●●

En 1885, Johann Balmer trouve empiriquement une formule donnant les longueurs d'onde des raies visibles de l'hydrogène. On la retrouve ici à partir de l'expression des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. On appelle « série » l'ensemble des raies émises lors des transitions aboutissant à un même niveau p : série de Lyman ($p = 1$), de Balmer ($p = 2$), de Paschen ($p = 3$).

■ **DONNÉES** $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ • $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ • $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$ • $\text{H} : E_n = -13,6/n^2 \text{ (eV, } n \in \mathbb{N}^*)$

- 1.1** Montrer que la longueur d'onde du photon émis lors de la transition d'un niveau n vers un niveau $p < n$ vérifie $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, où R_H est une constante que l'on exprimera en fonction de h , c et de l'énergie $E_0 = 13,6 \text{ eV}$. Vérifier que $R_H \approx 1,094 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.
- 1.2** Pour une série donnée, entre quelles valeurs extrêmes les longueurs d'onde sont-elles comprises ? Les calculer pour les séries de Lyman, de Balmer et de Paschen et préciser le domaine de chaque série.
- 1.3** On exécute le programme ci-dessous. Qu'affichent les deux premières lignes ? Combien de lignes contiennent le mot `visible` ? Que faut-il modifier pour étudier la série de Paschen ? Le mot `visible` apparaîtra-t-il alors ?

```
1 R = 1.094e7           # constante de Rydberg (m^-1)
2 p = 2                 # niveau d'arrivée
3 for n in range(p + 1, p + 7):
4     lam = 1 / (R * (1 / p**2 - 1 / n**2))
5     if 400e-9 <= lam <= 800e-9:
6         print(n, round(lam * 1e9), "visible")
7     else:
8         print(n, round(lam * 1e9))
```

- 1.4** La raie de Balmer $H\alpha$ ($n = 3$) est mesurée à $656,3 \text{ nm}$ dans l'air. Quelle valeur de R_H en déduit-on ? Calculer l'écart relatif avec la valeur de la question 1 et proposer une explication.

Exercice 2 Le spectre d'une étoile très chaude ●●●

La figure 1 représente une partie du spectre de l'étoile Naos (constellation de la Poupe), l'une des plus chaudes visibles à l'œil nu. Les longueurs d'onde des raies, mesurées avec précision, sont données dans le tableau.

■ **DONNÉES** $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ • $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ • $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$ • $\text{H} : E_n = -13,6/n^2 \text{ (eV, } n \in \mathbb{N}^*)$

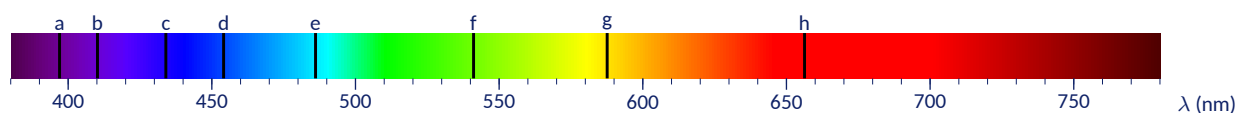


Figure 1 — Spectre de l'étoile Naos (raies d'absorption)

Raie	a	b	c	d	e	f	g	h
$\lambda \text{ (nm)}$	397,0	410,2	434,0	454,1	486,1	541,1	587,6	656,3

Partie A — Les raies de l'hydrogène

- 2.1** Pourquoi ce spectre est-il un spectre d'absorption ? Où se trouvent les atomes responsables des raies ?
- 2.2** Les raies a, b, c, e et h sont dues à l'hydrogène. Justifier que les atomes qui absorbent ces radiations visibles sont dans l'état $n = 2$ et non dans l'état fondamental. Pourquoi cela suppose-t-il une atmosphère très chaude ?
- 2.3** En utilisant uniquement l'expression des niveaux d'énergie E_n (donnée ci-dessus), déterminer le niveau d'arrivée de la transition responsable de la raie a.

Partie B — Les raies de l'ion hélium (hors programme — pour aller plus loin)

L'ion He^+ ne possède qu'un électron ; ses niveaux sont $E'_n = -\frac{54,4}{n^2}$ (eV), avec $54,4 = 4 \times 13,6$. En 1896, Edward Pickering découvre dans Naos des raies inconnues (d et f), d'abord attribuées à l'hydrogène.

- 2.4** Montrer que la transition de He^+ du niveau $2m$ vers le niveau 4 (m entier, $m \geq 3$) émet exactement la même longueur d'onde que la transition de l'hydrogène du niveau m vers le niveau 2.
- 2.5** Calculer la longueur d'onde des transitions $7 \rightarrow 4$ et $9 \rightarrow 4$ de He^+ et les comparer aux raies d et f. Pourquoi Pickering pouvait-il croire à une « nouvelle » série de l'hydrogène ?
- 2.6** La raie g appartient à l'hélium neutre. Justifier que l'étoile contient de l'hélium ionisé et de l'hélium neutre.

Exercice 3 Mesurer la constante de Planck avec des LED



(Pour aller plus loin.) Une LED n'émet de la lumière que si la tension à ses bornes dépasse une tension seuil U_s . On admet que chaque électron traversant la LED peut alors céder l'énergie $e U_s$ pour créer un photon, d'où $e U_s \approx \frac{h c}{\lambda}$. On mesure U_s pour cinq LED et on exploite les mesures avec Python.

■ **DONNÉES** $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ • $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

```
1 import numpy as np
2 lam = np.array([940, 625, 590, 525, 470]) * 1e-9 # longueur d'onde (m)
3 Us = np.array([1.33, 1.98, 2.10, 2.38, 2.63])      # tension seuil (V)
4 a, b = np.polyfit(1 / lam, Us, 1)                 # modèle affine : Us = a / lam + b
5 print(round(a * 1e6, 3), round(b, 2))              # affiche : 1.231 0.02
```

- 3.1** Pourquoi trace-t-on U_s en fonction de $1/\lambda$ plutôt qu'en fonction de λ ? Quelle valeur de b le modèle prévoit-il ? Quelle est l'unité de a (affiché en $\text{V}\cdot\mu\text{m}$) ?
- 3.2** Exprimer h en fonction de a, e et c, puis calculer h .
- 3.3** L'incertitude-type sur cette détermination est $u(h) = 0,15 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$. Calculer l'écart normalisé $z = |h - h_{\text{réf}}| / u(h)$ avec $h_{\text{réf}} = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ et conclure ($z \leq 2$: résultat compatible).
- 3.4** Quelle tension seuil prévoir pour une LED ultraviolette émettant à 365 nm ?

Exercice 4 Pourquoi ne voit-on pas les photons un par un ?



■ **DONNÉES** $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ • $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

- 4.1** Par temps clair, le Soleil apporte au sol une puissance lumineuse visible d'environ 450 W par mètre carré. En assimilant cette lumière à une radiation de longueur d'onde moyenne 550 nm , estimer le nombre de photons visibles reçus chaque seconde par une feuille de papier A4 ($21 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm}$) posée perpendiculairement aux rayons.
- 4.2** Une étoile tout juste visible à l'œil nu apporte une puissance lumineuse surfacique de $1,0 \times 10^{-10} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. La nuit, la pupille a un diamètre de 7 mm . Estimer le nombre de photons (550 nm) qui entrent dans l'œil par seconde.
- 4.3** Expliquer pourquoi, dans la vie courante, la lumière semble continue et le modèle ondulatoire suffit à décrire la plupart des phénomènes, alors que le modèle particulaire est indispensable pour interpréter les spectres de raies.