

Approfondissement

Lentilles minces, images et couleurs

Démonstration de la conjugaison, méthode de Bessel, incertitudes, macrophotographie, daltonisme

5 exercices · niveau ●●● · durée conseillée : 3 h · calculatrice autorisée

Exercice 1 Démontrer la relation de conjugaison

●●●

La figure 1 montre la construction de l'image $A'B'$ d'un objet AB par une lentille mince convergente de centre O et de foyers F et F' . Le rayon issu de B parallèle à l'axe rencontre la lentille en I ; le rayon issu de B passant par F la rencontre en J . Toutes les longueurs sont algébriques (axe orienté vers la droite et vers le haut).

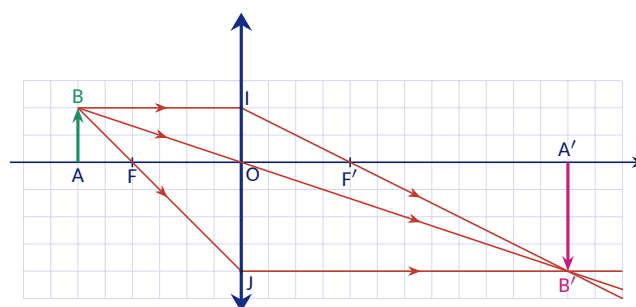


Figure 1 — Construction de l'image

- 1.1** Les points B , O et B' sont alignés. En appliquant le théorème de Thalès dans les triangles OAB et $OA'B'$, établir que $\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$. Pourquoi les signes sont-ils cohérents ?
- 1.2** En utilisant les triangles $F'OI$ et $F'A'B'$, et en remarquant que $\overline{OI} = \overline{AB}$, montrer que $\gamma = \frac{F'A'}{F'O} = 1 - \frac{OA'}{f'}$.
- 1.3** En déduire la relation de conjugaison $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.
- 1.4** De même, avec les triangles FAB et FOJ , montrer que $\gamma = \frac{f'}{f' + OA}$. Retrouver ainsi que l'image est virtuelle et droite lorsque l'objet est entre F et O , et que $|\gamma|$ devient très grand quand A se rapproche de F .

Exercice 2 La méthode de Bessel (hors programme — pour aller plus loin)

●●●

Un objet lumineux et un écran sont fixes, séparés d'une distance $D = 100,0$ cm. Entre les deux, on déplace une lentille convergente de distance focale f' inconnue. On pose $x = \overline{OA'}$ (distance lentille-écran), de sorte que $\overline{OA} = x - D$.

- 2.1** Montrer qu'on obtient une image nette sur l'écran lorsque $x^2 - Dx + Df' = 0$. En déduire qu'il n'existe une position de netteté que si $D \geq 4f'$: quelle est la distance minimale entre un objet et son image réelle ?
- 2.2** Lorsque $D > 4f'$, montrer qu'il existe deux positions de la lentille donnant une image nette, séparées d'une distance $d = \sqrt{D^2 - 4Df'}$, puis que $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.
- 2.3** Les deux positions de netteté sont à 20,0 cm et à 80,0 cm de l'objet. Calculer f' . Calculer les grandissements γ_1 et γ_2 dans les deux positions et vérifier que $\gamma_1\gamma_2 = 1$. Interpréter.

Exercice 3 Macrophotographie avec une bague allonge



Un objectif de distance focale $f' = 35 \text{ mm}$ est monté sur un boîtier dont le capteur mesure $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$. Pour photographier de petits insectes, on intercale entre l'objectif et le boîtier une *bague allonge* : le tirage $e = \overline{OA'} - f'$ est alors égal à l'épaisseur de la bague (on néglige le réglage propre de l'objectif).

- 3.1** À l'aide du résultat de la question 1.2, montrer que le grandissement vaut $\gamma = -\frac{e}{f'}$.
- 3.2** Avec une bague de 14 mm , calculer γ puis la distance entre l'insecte et l'objectif.
- 3.3** On souhaite photographier « grandeur nature » ($|\gamma| = 1$). Quelle épaisseur de bague faut-il ? À quelle distance de l'objectif se trouve alors l'insecte ? Une abeille de 15 mm de long est-elle entièrement photographiée ?

Exercice 4 Incertitude sur une distance focale



Douze binômes ont mesuré, par la méthode de leur choix, la distance focale d'une même lentille, sur laquelle le fabricant indique une vergence $C_{\text{réf}} = 8,00 \delta$.

Binôme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f' \text{ (cm)}$	12,4	12,9	12,3	12,7	12,5	13,0	12,6	12,2	12,8	12,5	12,4	12,9

```

1 import numpy as np
2 f = np.array([12.4, 12.9, 12.3, 12.7,
3               12.5, 13.0, 12.6, 12.2,
4               12.8, 12.5, 12.4, 12.9])
5 n = len(f)
6 m = np.mean(f)
7 s = np.std(f, ddof=1) # écart-type
8 u = ...               # à compléter
9 print(m, s, u)

```

- 4.1** Pourquoi les douze valeurs ne sont-elles pas identiques ? Quelle est l'incertitude-type évaluée ici (type A ou type B) ?
- 4.2** Compléter la ligne 8 du programme, puis calculer (à la calculatrice ou en Python) la moyenne $\bar{f}'$, l'écart-type s et l'incertitude-type $u(\bar{f}')$.
- 4.3** Écrire le résultat de la mesure avec un nombre adapté de chiffres significatifs, puis le comparer à la valeur du fabricant à l'aide du quotient $z = |\bar{f}' - f'_{\text{réf}}| / u(\bar{f}')$, où $f'_{\text{réf}} = 1/C_{\text{réf}}$. Conclure.

Exercice 5 Trois cônes pour voir les couleurs



La rétine humaine contient trois types de cônes, S, M et L, dont la sensibilité relative dépend de la longueur d'onde (figure 2, modèle simplifié). La couleur perçue ne dépend que des réponses des trois types de cônes. Le tableau donne les sensibilités à quelques longueurs d'onde.

$\lambda \text{ (nm)}$	450	540	580	630
cônes S	0,92	0	0	0
cônes M	0,10	0,99	0,53	0,06
cônes L	0,04	0,86	0,95	0,35

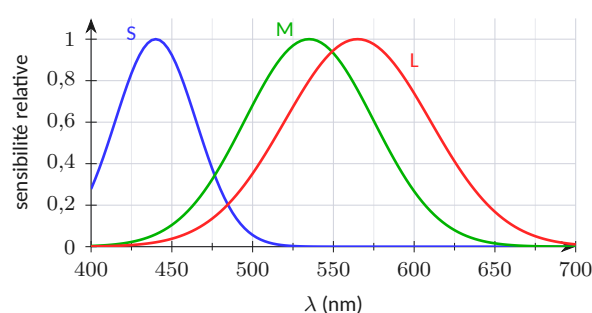


Figure 2 — Sensibilités des cônes (modèle)

- 5.1** Une lumière monochromatique de 580 nm (intensité relative 1) est perçue jaune. Donner les réponses des trois types de cônes (réponse = sensibilité $\times$ intensité).
- 5.2** On superpose une lumière de 540 nm d'intensité relative 0,44 et une lumière de 630 nm d'intensité relative 1,62. Montrer que les réponses des cônes sont pratiquement les mêmes qu'à la question 5.1. Quelle couleur est perçue ? Relier ce résultat à la synthèse additive utilisée par les écrans.
- 5.3** Un daltonien « deutéranope » ne possède pas de cônes M. On lui présente successivement une lumière verte de 540 nm et une lumière rouge de 630 nm , de même intensité. Par quel facteur faut-il multiplier l'intensité de la lumière rouge pour qu'il ne puisse plus distinguer les deux lumières ? Expliquer pourquoi le rouge et le vert sont confondus par ces personnes.