

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 5



R. RINGUET · 2026 – 2027

Exercices 1 Fonctions dérivées

Les bases : dérivées de référence, opérations, nombre dérivé, tangente, valeur absolue

8 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 1 h 30 · sans calculatrice

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Connaître les dérivées des fonctions de référence et les intervalles sur lesquels elles sont dérivables.
- Calculer la dérivée d'une somme, d'un produit par un réel, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.
- Utiliser la fonction dérivée pour obtenir un nombre dérivé et une équation de tangente.
- Connaître la fonction valeur absolue : définition, courbe représentative.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

$f(x)$	k (constante)	x	x^n ($n \geq 1$ entier)	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ ($n \geq 1$)	$\sqrt{x}$
$f'(x)$	0	1	nx^{n-1}	$-\frac{1}{x^2}$	$-\frac{n}{x^{n+1}} =$ $-nx^{-n-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
f dérivable sur	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$] -\infty ; 0[$ et $] 0 ; +\infty[$	$] -\infty ; 0[$ et $] 0 ; +\infty[$	$] 0 ; +\infty[$

- u, v dérivables sur un intervalle I , k réel : $(u + v)' = u' + v'$; $(ku)' = ku'$; $(uv)' = u'v + uv'$; si v ne s'annule pas sur I : $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ et $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
- Tangente au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$. Valeur absolue : $|x| = x$ si $x \geq 0$, $|x| = -x$ si $x < 0$.

Exercice 1 Les dérivées de référence

●○○

Pour chaque fonction, donner un intervalle (ou une réunion d'intervalles) sur lequel elle est dérivable, puis sa fonction dérivée.

- a) $f_1(x) = \sqrt{5}$ b) $f_2(x) = x^7$ c) $f_3(x) = x^{-4}$ d) $f_4(x) = \frac{1}{x^5}$
 e) $f_5(x) = x$ f) $f_6(x) = \sqrt{x}$ g) $f_7(x) = \frac{1}{x}$ h) $f_8(x) = x^{20}$

Exercice 2 Sommes et produits par un réel

●○○

Calculer la fonction dérivée de chaque fonction : f, g et p sont définies sur $\mathbb{R}$ (pour p , la variable est notée t); h, k et m sont considérées sur $]0; +\infty[$.

- a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 7$ b) $g(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x$ c) $h(x) = 5\sqrt{x} - 3x$
 d) $k(x) = \frac{2}{x} + x^2$ e) $m(x) = 3x^{-2} - \frac{x}{4}$ f) $p(t) = -4,9t^2 + 12t + 2$

Exercice 3 Dérivée d'un produit

●○○

3.1 On pose $f(x) = (2x + 1)(x^2 - 3)$ pour tout réel x . Calculer $f'(x)$ à l'aide de la formule $(uv)' = u'v + uv'$, puis vérifier le résultat en développant d'abord $f(x)$.

3.2 Calculer et simplifier la dérivée de chaque fonction (g et h sur $]0; +\infty[$, k sur $\mathbb{R}$).

a) $g(x) = x\sqrt{x}$

b) $h(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x}$

c) $k(x) = (3 - x)(x^2 + x + 1)$

Exercice 4 Inverses et quotients

●○○

Justifier que chaque fonction est dérivable sur l'intervalle indiqué (f et m sur $\mathbb{R}$, g sur $]3; +\infty[$, h sur $]-2; +\infty[$, k sur $]1; +\infty[$, n sur $]0; +\infty[$) et calculer sa dérivée; pour n , de deux façons.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$

b) $g(x) = \frac{1}{2x - 6}$

c) $h(x) = \frac{3x - 1}{x + 2}$

d) $k(x) = \frac{x^2}{x - 1}$

e) $m(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

f) $n(x) = \frac{5}{x^3}$

Exercice 5 Démonstration : dérivée des fonctions carré et cube

●●○

Soit a un réel et h un réel non nul.

5.1 On note $f(x) = x^2$. Montrer que le taux de variation de f entre a et $a + h$ est égal à $2a + h$.

5.2 En déduire que f est dérivable en a et que $f'(a) = 2a$. Conclure sur la fonction dérivée de la fonction carré.

5.3 On note $g(x) = x^3$. Développer $(a + h)^3$, puis démontrer de la même façon que $g'(a) = 3a^2$.

Exercice 6 Équations de tangentes

●●○

Dans chaque cas, déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction au point d'abscisse a .

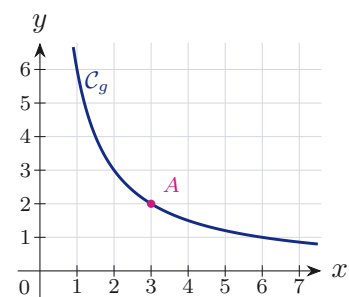
a) $f(x) = x^2 - 3x + 1$; $a = 2$

b) $g(x) = \frac{6}{x}$; $a = 3$

c) $h(x) = \sqrt{x}$; $a = 4$

d) $k(x) = x^3$; $a = -1$

La figure 1 représente la fonction g sur $]0; +\infty[$. Construire la tangente trouvée au point d'abscisse 3 sur une figure analogue, en utilisant ses points d'intersection avec les axes, et vérifier qu'elle « touche » la courbe au point A .

Figure 1 — La courbe de g **Exercice 7 Où la tangente est-elle horizontale ?**

●●○

Déterminer les coordonnées des points de la courbe de chaque fonction où la tangente est horizontale (de coefficient directeur nul).

a) $f(x) = x^3 - 12x + 3$

b) $g(x) = x + \frac{4}{x}$ ($x \neq 0$)

c) $h(x) = x^2 - 6x + \sqrt{2}$

Exercice 8 La fonction valeur absolue

●●○

8.1 Calculer $|-7|$, $|0|$, $|2 - 5|$ et $|3 - \pi|$.

8.2 Écrire $|x|$ sans le symbole $| \cdot |$ sur $[0; +\infty[$, puis sur $]-\infty; 0[$. En déduire la nature de la courbe de la fonction valeur absolue, et la tracer pour $x \in [-3; 3]$.

8.3 Résoudre dans $\mathbb{R}$: $|x| = 5$, puis $|x - 3| = 2$ ($|x - 3|$ est la distance entre x et 3).

8.4 Donner la dérivée de la fonction valeur absolue sur $]0; +\infty[$, puis sur $]-\infty; 0[$. Calculer $\frac{|h|}{h}$ pour $h = 0,1$ et pour $h = -0,1$: que peut-on conjecturer sur sa dérivabilité en 0 ?