

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 13



Sujet blanc C Épreuve anticipée de mathématiques

R. RINGUET · 2026 – 2027

Partie 1 : douze questions d'automatismes — Partie 2 : la concentration d'un médicament, cercle trigonométrique et triangle, les gradins d'une salle

Durée : 2 h · sans calculatrice · QCM et 3 exercices · niveau ●●○ · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

L'usage de la calculatrice est interdit. Le sujet comporte deux parties indépendantes. **Partie 1** : pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte ; indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie, sans justification. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Partie 2** : les réponses doivent être justifiées ; la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent dans l'appréciation des copies.

Partie 1 — Automatismes (6 points)

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

6 pts ●○○

- 1.1** Le nombre $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{10}}$ est égal à : a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{9}{100}$ c) $\frac{10}{3}$ d) 1
- 1.2** Le nombre $(2 \times 10^3)^2$ est égal à : a) 4×10^6 b) 2×10^6 c) 4×10^5 d) 4×10^9
- 1.3** L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $e^{3x-1} \geq e^2$ est : a) $[3; +\infty[$ b) $[1; +\infty[$ c) $]-\infty; 1]$ d) $[\frac{1}{3}; +\infty[$
- 1.4** Pour tout réel x , l'expression $(x + \sqrt{2})^2$ est égale à :
a) $x^2 + 2$ b) $x^2 + \sqrt{2}x + 2$ c) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$ d) $x^2 + 2x + 2$
- 1.5** L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3 = 9x$ est : a) $\{3\}$ b) $\{0; 3\}$ c) $\{-3; 3\}$ d) $\{-3; 0; 3\}$
- 1.6** Une population a doublé en dix ans. Sur ces dix ans, son taux d'évolution est : a) +200 % b) +100 % c) +50 % d) +2 %
- 1.7** 15 % d'une quantité valent 45. Cette quantité vaut : a) 300 b) 675 c) 30 d) 51,75
- 1.8** Dans un repère orthonormé, le point du cercle trigonométrique associé au réel $\frac{7\pi}{4}$ a pour coordonnées :
a) $(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$ b) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$ c) $(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$ d) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$

1.9 La courbe C_h ci-contre représente une fonction polynôme du second degré h définie sur $[-2; 4]$. La fonction h est croissante sur :

- a) $[1; 4]$ b) $[-2; 1]$ c) $[-1; 3]$ d) $[0; 4]$

1.10 Sur la même figure, la droite d a pour équation :

- a) $y = -2x + 1$ b) $y = \frac{1}{2}x + 1$
c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ d) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

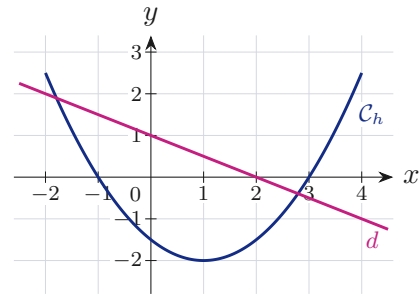


Figure 1 — Questions 1.9 et 1.10

1.11 Le troisième quartile de la série 13; 5; 17; 3; 9; 15; 5; 8; 6 est : a) 15 b) 8 c) 13 d) 11

1.12 Une pièce truquée tombe sur « pile » avec la probabilité 0,6. On la lance deux fois, les deux lancers étant indépendants. La probabilité d'obtenir exactement un « pile » est : a) 0,24 b) 0,48 c) 0,36 d) 0,52

Partie 2 — Exercices (14 points)

Exercice 2 La concentration d'un médicament

5 pts ●●○

Après l'injection d'un médicament à un patient, la concentration du médicament dans le sang, en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$, est modélisée en fonction du temps t , en heures, par la fonction C définie sur $[0; 10]$ par

$$C(t) = 20t e^{-0,5t}.$$

■ DONNÉES $e^{-1} \approx 0,37$ • $2 < e < 3$

- 2.1** Calculer $C(0)$ et interpréter ce résultat.
2.2 Montrer que $C'(t) = 10(2 - t)e^{-0,5t}$ pour tout réel t de $[0; 10]$.
2.3 Étudier le signe de $C'(t)$, puis dresser le tableau de variations de C sur $[0; 10]$ (on donnera les valeurs exactes). À quel instant la concentration est-elle maximale ? Donner une valeur approchée de ce maximum.

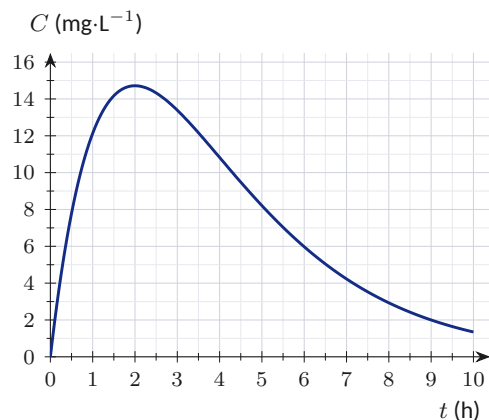


Figure 2 — Concentration du médicament

- 2.4** Déterminer une équation de la tangente à la courbe de C au point d'abscisse 0. Interpréter son coefficient directeur.
2.5 a) Montrer que $\frac{C(3)}{C(1)} = \frac{3}{e}$.
b) En déduire, sans valeur approchée, laquelle des deux concentrations $C(1)$ et $C(3)$ est la plus grande.
2.6 Le médicament est efficace lorsque sa concentration est supérieure ou égale à $10 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$. Avec la précision permise par la figure 2, déterminer pendant combien de temps environ le médicament est efficace.

Exercice 3 Cercle trigonométrique et triangle

5 pts ●●●○

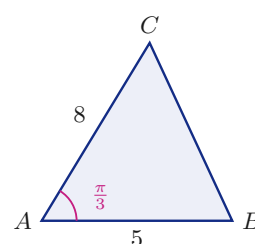
Partie A — Sur le cercle trigonométrique

- 3.1** Placer sur un cercle trigonométrique de centre O les points M , N et P images respectives des réels $\frac{5\pi}{6}$, $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{11\pi}{3}$.
- 3.2** Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, $\cos\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right)$.
- 3.3** Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 3.4** Le réel x appartient à l'intervalle $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ et $\cos x = \frac{1}{3}$. Calculer la valeur exacte de $\sin x$.

Partie B — Dans un triangle

On considère un triangle ABC tel que $AB = 5$, $AC = 8$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ (figure 3, qui n'est pas à l'échelle).

- 3.5** Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- 3.6** Démontrer que $BC = 7$.
- 3.7** Calculer $\cos \widehat{ABC}$, puis le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
- 3.8** On note K le pied de la hauteur issue de C . En utilisant le triangle rectangle AKC , calculer CK , puis l'aire du triangle ABC .

Figure 3 — Le triangle ABC **Exercice 4 Les gradins d'une salle de spectacle**

4 pts ●●●○

Dans une salle de spectacle, le premier rang compte 40 places et chaque rang compte 2 places de plus que le rang précédent. On note u_n le nombre de places du rang numéro n ; ainsi $u_1 = 40$.

- 4.1** Calculer u_2 et u_3 . Justifier que (u_n) est une suite arithmétique, puis exprimer u_n en fonction de n .
- 4.2** Combien de places compte le 20^e rang ? Combien de places comptent au total les 20 premiers rangs ?
- 4.3** Montrer que le nombre total de places des n premiers rangs est $S_n = n^2 + 39n$.

```

1 def rangs(p):
2     n = 1
3     u = 40
4     s = 40
5     while s < p:
6         n = n + 1
7         u = u + 2
8         s = s + u
9     return n

```

- 4.4** Que représentent les variables u et s dans la fonction `rangs` ci-contre ? Que renvoie `rangs(p)` dans le contexte de l'exercice ?
- 4.5** Le directeur veut au moins 2 000 places. Calculer S_{29} et S_{30} , et en déduire la valeur renvoyée par `rangs(2000)`.