

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 13



Sujet blanc B Épreuve anticipée de mathématiques

R. RINGUET · 2026 – 2027

Partie 1 : douze questions d'automatismes — Partie 2 : une fonction polynôme et sa tangente, un triangle dans un repère, la roue de la kermesse

Durée : 2 h · sans calculatrice · QCM et 3 exercices · niveau ●●○ · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

L'usage de la calculatrice est interdit. Le sujet comporte deux parties indépendantes. **Partie 1** : pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte ; indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie, sans justification. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Partie 2** : les réponses doivent être justifiées ; la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent dans l'appréciation des copies.

Partie 1 — Automatismes (6 points)

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

6 pts ●○○

- 1.1** Le nombre $1 - \frac{3}{4} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$ est égal à : a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{5}{6}$
- 1.2** Le nombre $\frac{3^{10}}{3^8 + 3^8 + 3^8}$ est égal à : a) 3 b) 9 c) 1 d) $\frac{1}{3}$
- 1.3** Le nombre $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$ est égal à : a) 6 b) $2\sqrt{5}$ c) 24 d) 4
- 1.4** Pour tout réel x , l'expression $(2x + 1)^2 - (x + 3)^2$ est égale à :
a) $(x - 2)(x + 4)$ b) $(x - 2)(3x + 4)$ c) $(x + 4)(3x - 2)$ d) $(3x + 4)^2$
- 1.5** L'ensemble des réels x pour lesquels $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$ est :
a) $[1 ; 3]$ b) $] -\infty ; 1] \cup [3 ; +\infty[$
c) $[-3 ; -1]$ d) $\mathbb{R}$
- 1.6** Un mélange de 400 g de fruits secs contient 30 % de noix. On y ajoute 100 g de noix. La proportion de noix dans le nouveau mélange est :
a) 40 % b) 50 % c) 44 % d) 55 %
- 1.7** Un prix baisse de 25 %, puis augmente de 20 %. Globalement, il a évolué de :
a) -5 % b) -10 % c) 0 % d) +5 %
- 1.8** (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_5 = 17$ et $u_9 = 29$. Le terme u_0 est égal à :
a) 3 b) 5 c) -1 d) 2
- 1.9** La fonction f définie sur $]3 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ a pour dérivée la fonction f' définie par :
a) $f'(x) = \frac{-7}{(x-3)^2}$ b) $f'(x) = \frac{7}{(x-3)^2}$ c) $f'(x) = 2$ d) $f'(x) = \frac{-5}{(x-3)^2}$

1.10 La courbe $\mathcal{C}_f$ ci-contre représente une fonction f dérivable sur $[-1; 6]$. La droite T est tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $A(4; 2)$. Une équation de T est :

- a) $y = 2x - 6$ b) $y = -x + 6$
c) $y = x - 2$ d) $y = x + 2$

1.11 Le tableau ci-dessous donne les notes obtenues par 20 élèves à un devoir. Le troisième quartile de cette série est :

Note	8	10	12	14	16
Effectif	2	5	6	4	3

- a) 12 b) 16 c) 13 d) 14

1.12 A et B sont deux événements indépendants tels que $P(A) = 0,5$ et $P(B) = 0,3$. La probabilité $P_A(B)$ est égale à :

a) 0,15 b) 0,3 c) 0,5 d) 0,6

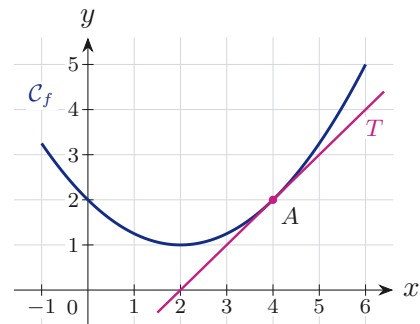


Figure 1 — Question 1.10

Partie 2 — Exercices (14 points)

Exercice 2 Une fonction polynôme et sa tangente

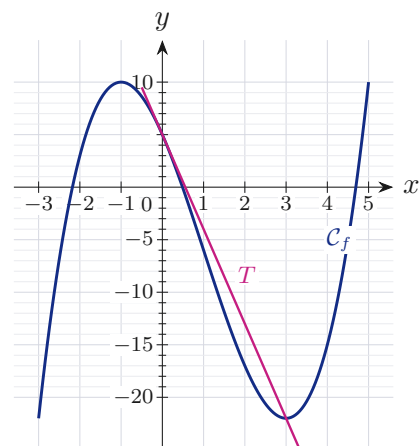
5 pts ●●○

On considère la fonction f définie sur $[-3; 5]$ par

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative, tracée ci-contre avec sa tangente T au point d'abscisse 0.

- 2.1** Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = 3(x+1)(x-3)$.
2.2 Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f sur $[-3; 5]$ en y faisant figurer les valeurs de f aux bornes et aux points où f' s'annule.
2.3 Déterminer le maximum et le minimum de f sur $[-3; 5]$, et les valeurs de x pour lesquelles ils sont atteints.

Figure 2 — La courbe $\mathcal{C}_f$ et la tangente T

- 2.4** Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
2.5 a) Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) - (-9x + 5) = x^2(x - 3)$.
b) En déduire la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de T sur $[-3; 5]$.
2.6 Existe-t-il un autre point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à T ? Si oui, préciser ses coordonnées.

Exercice 3 Un triangle dans un repère

5 pts ●●○

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1; 1)$, $B(5; 3)$ et $C(2; 4)$. On pourra faire une figure, qui sera complétée au fil de l'exercice.

- 3.1** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
3.2 Calculer les longueurs AB et AC . En déduire que $\cos \widehat{BAC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et donner la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ en degrés.
3.3 Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C . En déduire son aire, puis les coordonnées du point D tel que $ACBD$ soit un carré.
3.4 a) Justifier que la droite (AB) a pour équation $x - 2y + 1 = 0$.
b) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur h issue de C dans le triangle ABC .

- c) Calculer les coordonnées du point H , projeté orthogonal de C sur la droite (AB) . Que représente le point H pour le segment $[AB]$?

3.5 On note Γ l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

- a) Justifier que C appartient à Γ .
b) Déterminer une équation de Γ et préciser sa nature, son centre et son rayon.

Exercice 4 La roue de la kermesse

4 pts ●●○

Lors d'une kermesse, un stand propose de faire tourner une roue partagée en 8 secteurs de même taille (figure 3) : un secteur rapporte 10 euros, deux secteurs rapportent 5 euros et les cinq autres ne rapportent rien. La roue s'arrête au hasard sur l'un des secteurs, chacun ayant la même probabilité. Une partie coûte 3 euros. On note X le gain algébrique du joueur (gain obtenu moins le prix de la partie), en euros.

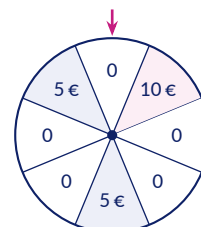


Figure 3 — La roue

- 4.1 Déterminer la loi de probabilité de X .
4.2 Calculer l'espérance $E(X)$. Le jeu est-il favorable au joueur ? Interpréter $E(X)$ dans le contexte.
4.3 Calculer $E(X^2)$, puis la variance $V(X)$.
4.4 L'organisateur souhaite rendre le jeu équitable en modifiant uniquement le prix de la partie. Quel prix doit-il fixer ?
4.5 Le prix restant fixé à 3 euros, Léa joue deux parties, dont les résultats sont indépendants. À l'aide d'un arbre ou d'un tableau, montrer que la probabilité que son gain total sur les deux parties soit strictement positif est égale à $\frac{19}{64}$.

```
1 from random import randint
2
3 def partie():
4     s = randint(1, 8)
5     if s == 1:
6         return 7
7     elif s <= 3:
8         return 2
9     else:
10        return -3
11
12 def moyenne(n):
13     total = 0
14     for k in range(n):
15         total = total + partie()
16     return total / n
```

- 4.6 On rappelle que `randint(1, 8)` renvoie un entier aléatoire compris entre 1 et 8, chaque entier ayant la même probabilité d'être choisi. Expliquer pourquoi la fonction `partie` ci-contre simule le gain d'un joueur lors d'une partie.
4.7 Que renvoie `moyenne(n)` ? Au voisinage de quelle valeur peut-on s'attendre à obtenir le résultat de `moyenne(10000)` ? Justifier.