

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 13



Fiche de cours Épreuve anticipée de mathématiques

R. RINGUET · 2026 - 2027

Le mémo de l'épreuve : format, formulaire, automatismes

format officiel · formulaire de l'année · automatismes · à savoir par cœur

1 LE FORMAT OFFICIEL DE L'ÉPREUVE

Définition. L'épreuve anticipée de mathématiques, à la fin de la classe de Première, dure **2 heures**, se passe **sans calculatrice**, compte pour le **coefficient 2** et est notée sur 20 points. Elle comporte deux parties indépendantes.

Partie	Contenu	Barème	Temps conseillé
1	QCM de 12 questions d' automatismes : quatre réponses, une seule exacte, aucune justification . Bonne réponse : 0,5 pt ; réponse fausse ou absente : 0 pt.	6 pts	30 min
2	Deux ou trois exercices indépendants sur tout le programme de Première et les acquis de Seconde ; réponses justifiées , rédaction prise en compte.	14 pts	1 h 25

Remarque. Restent 5 minutes de relecture. Puisque rien n'est retiré, **on ne laisse jamais une question du QCM sans réponse** : éliminer les propositions absurdes, puis cocher.

2 GÉRER LES DEUX HEURES ET RÉDIGER

Méthode — gérer le temps. partie 1 : 2 à 3 minutes par question au plus, en posant les calculs **au brouillon** plutôt que de les faire de tête ; en cas de blocage, passer et revenir à la fin. Partie 2 : lire tout le sujet, puis commencer par l'exercice le mieux maîtrisé — les exercices sont **indépendants** et l'ordre sur la copie est libre, à condition de numéroter clairement.

Méthode — rédiger. une réponse = la propriété invoquée, le calcul, puis une **phrase de conclusion** avec l'unité et le contexte. Toute piste écrite peut être valorisée : ne jamais rendre une question vide.

► SAVOIR-FAIRE — Les réflexes qui rapportent des points

- Une question « **Montrer que** » donne le résultat : s'il n'est pas obtenu, on l'**admet** et on l'utilise aux questions suivantes.
- Vérifier la **raisonnabilité** : une probabilité est dans $[0; 1]$, une longueur et une aire sont positives, un effectif est entier.
- Laisser les résultats sous forme **exacte** (fraction irréductible, radical, π , e), employer les notations officielles et faire une figure, un arbre ou un tableau de signes dès que l'énoncé s'y prête.

3 LE FORMULAIRE DE L'ANNÉE

■ FORMULAIRE — Second degré, suites, dérivation et exponentielle

- **Trinôme** $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Si $\Delta > 0$: racines $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$; si $\Delta = 0$: racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}$ et $f(x) = a(x - x_0)^2$; si $\Delta < 0$: aucune racine, pas de factorisation. Le **signe** de $f(x)$ est celui de a , sauf **entre** les racines quand $\Delta > 0$.
- **Forme canonique** $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, $\alpha = -\frac{b}{2a}$, $\beta = f(\alpha)$ (extremum en α). $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.
- **Arithmétique** : $u_{n+1} = u_n + r$, $u_n = u_0 + nr = u_p + (n - p)r$; croissante si $r > 0$; $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
- **Géométrie** : $u_{n+1} = q u_n$, $u_n = u_0 q^n = u_p q^{n-p}$; si $u_0 > 0$: croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$; $1 + q + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ pour $q \neq 1$.
- **Évolutions** : $t\% \leftrightarrow$ coefficient multiplicateur $CM = 1 + \frac{t}{100}$; successives : on **multiplie** les CM ; réciproque : $\frac{1}{CM}$. Taux constant $\Rightarrow$ suite **géométrique** de raison CM ; accroissement constant $\Rightarrow$ suite **arithmétique**.
- **Nombre dérivé** : limite du taux de variation $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ quand $h \rightarrow 0$; c'est la **pente de la tangente** en a . Tangente : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$; approximation affine : $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$.
- **Dérivées** : $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{Z}$) ; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$; $(e^x)' = e^x$; $(e^{at})' = ae^{at}$. **Opérations** : $(u + v)' = u' + v'$; $(ku)' = ku'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $(\frac{1}{v})' = -\frac{v'}{v^2}$; $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
- **Variations** : sur un intervalle, $f' \geq 0 \Rightarrow f$ croissante, $f' \leq 0 \Rightarrow f$ décroissante, $f' = 0 \Rightarrow f$ constante ; si f admet un **extremum** local en x_0 intérieur à l'intervalle, alors $f'(x_0) = 0$; réciproquement, si f' s'annule en x_0 **en changeant de signe**, f admet un extremum local en x_0 . Sur un ensemble symétrique par rapport à 0 : f paire si $f(-x) = f(x)$, impaire si $f(-x) = -f(x)$.

- **Exponentielle** : unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$; $e^x > 0$, strictement croissante, $e \approx 2,718$.
 $e^{x+y} = e^x e^y$; $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$; $e^{-y} = \frac{e^x}{e^y}$; $(e^x)^n = e^{nx}$; $e^a = e^b \iff a = b$; $e^a < e^b \iff a < b$.

■ FORMULAIRE — Trigonométrie, géométrie et probabilités

- **Radian** : $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ (degrés $\rightarrow$ radians : $\times \frac{\pi}{180}$); un angle de θ radians intercepte sur un cercle de rayon R un arc de longueur $R\theta$.
 Pour tout réel x : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $-1 \leq \cos x \leq 1$, $-1 \leq \sin x \leq 1$.
- **Angles associés** : $\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$; $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$; $\cos(\pi + x) = -\cos x$, $\sin(\pi + x) = -\sin x$; $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$, $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$.
- **Produit scalaire** : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \theta$; en base orthonormée, avec $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$: $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$ et $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} \perp \vec{v}$.
- $\|\vec{u} \pm \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \pm 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$. **Al-Kashi** : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$. Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AH}$. $\{M; \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0\}$ est le **cercle de diamètre** $[AB]$.
- **Repère orthonormé** : $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$, $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, milieu de $[AB]$: $(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2})$. La distance d'un point à une droite est la distance à son **projeté orthogonal** sur cette droite.
- **Droite** $ax + by + c = 0$: $\vec{n}(a; b)$ **normal**, $\vec{u}(-b; a)$ **directeur**; équation réduite $y = mx + p$, $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. **Cercle** de centre $\Omega(a; b)$ et de rayon r : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ (se reconnaît en complétant les carrés).
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$; $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. **Conditionnelle** (si $P(A) \neq 0$) : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, donc $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$.
- **Arbre pondéré** : la somme des branches issues d'un nœud vaut 1; la probabilité d'un chemin est le **produit** de ses branches; celle d'un événement, la **somme** des chemins qui le réalisent.
- **Probabilités totales** : si $A_1, \dots, A_n$ forment une partition de l'univers, $P(B) = \sum P(A_i) \times P_{A_i}(B)$; en particulier $P(B) = P(A)P_A(B) + P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B)$.
- **Indépendance** : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, ce qui équivaut, si $P(A) \neq 0$, à $P_A(B) = P(B)$. Pour $n \leq 4$ épreuves identiques indépendantes, dénombrer les chemins de l'arbre.
- **Variable aléatoire** : $p_i = P(X = x_i)$, $\sum p_i = 1$; $E(X) = \sum x_i p_i$; $V(X) = \sum p_i (x_i - E(X))^2 = E(X^2) - E(X)^2$ (**König-Huygens**); $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$; $E(aX + b) = aE(X) + b$; $V(aX + b) = a^2 V(X)$. Jeu **équitable** : espérance du gain nulle.

4 LES AUTOMATISMES DE CALCUL MENTAL

■ FORMULAIRE — Sans calculatrice : ce qui doit être immédiat

- **Fractions** : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ (dénominateur commun le plus petit); $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$; simplifier *avant* de multiplier; forme irréductible.
- **Puissances** : $a^m a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a^0 = 1$; notation scientifique de tête.
- **Racines** ($a \geq 0, b > 0$) : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $(\sqrt{a})^2 = a$, $\frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{b}$; extraire les carrés ($\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$); carrés jusqu'à $20^2 = 400$; $\sqrt{2} \approx 1,41$; $\sqrt{3} \approx 1,73$.
- **Pourcentages** : $t\%$ de N vaut $\frac{t}{100}N$; proportion = $\frac{\text{partie}}{\text{total}}$; $+20\%$: $\times 1,2$; -20% : $\times 0,8$; $\times 1,05$: $+5\%$; taux d'évolution = $\frac{V_f - V_i}{V_i}$.
- **Ordres de grandeur** : arrondir à un chiffre significatif pour

contrôler un résultat ($0,49 \times 802 \approx 400$); savoir encadrer et estimer avant de rédiger.

- **Développer, factoriser** : $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$; repérer le **facteur commun**, y compris quand c'est une parenthèse.
- **Équations, signes** : $AB = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$; signe de $ax + b$ (change en $-\frac{b}{a}$); signe d'un produit ou d'un quotient par **tableau de signes**; $x^2 = k$ donne $x = \pm\sqrt{k}$ si $k > 0$.
- **Lectures graphiques** : image, antécédents, signe de f , variations, solutions de $f(x) = k$; coefficient directeur; $f'(a)$ = pente de la tangente en a ; signe de f' lu sur la courbe de f' .
- **Statistiques, probabilités** : moyenne, médiane, quartiles, écart interquartile, boîte à moustaches; tableau croisé d'effectifs; distinguer $P(A \cap B)$, $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

x	0	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)	π (180°)
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

À retenir — sur le cercle trigonométrique, le cosinus se lit en *abscisse*, le sinus en *ordonnée*; les valeurs de $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{3}$ s'échangent entre cos et sin.

✖ PIÈGES

- **Ne pas répondre au QCM** : une question vide rapporte 0, une réponse choisie au jugé peut rapporter 0,5 point — rien n'est retiré.
- Confondre Δ et $\sqrt{\Delta}$ dans $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$; oublier que $\Delta < 0$ interdit toute factorisation.
- Additionner des taux : $+10\%$ puis $+10\%$ donne $\times 1,21$, soit $+21\%$.
- $(uv)' \neq u'v'$; $(e^x)^2 = e^{2x}$ et non e^{x^2} ; $e^{a+b} \neq e^a + e^b$.
- Un produit scalaire est un **nombre** : $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ n'entraîne pas $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.
- Confondre $P_A(B)$, $P_B(A)$ et $P(A \cap B)$: repérer l'ensemble sur lequel on se restreint (« parmi les... »).